Меницкий и
Сахаров

Забавная
арифметика
в. 3

Т 37/668
63

Т 37/668

Н. Н. Аменицкій, Ив. П. Сахаровъ.



Забавная ариѳметика

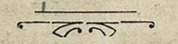
съ приложеніемъ отдѣла „Научныя забавы".

Хрестоматія для развитія сообразительности и самодѣятельности дѣтей въ семьѣ и въ школѣ.

Вып. III. Старшій возрастъ.

Этотъ выпускъ служитъ продолженіемъ выпуска I (для младшаго возраста, цѣна 20 коп.) и выпуска II (для средняго возраста, цѣна 30 коп.).

Содержаніе:





Цѣна 30 коп.



Изданіе 4-е

Т-ва И. Д. Сытина.

Во всѣхъ книжныхъ магазинахъ  Т-ва И. Д. Сытина

ПРОДАЮТСЯ СЛѢДУЮЩІЯ КНИГИ:

Ник. Н. Аменицкій, Ив. П. Сахаровъ.

) **ЗАБАВНАЯ АРИѲМЕТИКА (изд. 5-е).** Хрестоматія для развитія сообразительности и самодѣятельности дѣтей въ семьѣ и въ школѣ.

1-й выпускъ, для дѣтей **младшаго возраста *(съ приложеніемъ отдѣла „Свободнаго рисованія")*.** Цѣна 20 к.

) **То же. 2-й выпускъ,** для дѣтей **средняго возраста *(съ приложеніемъ отдѣла „Свободнаго рисованія")*.** Цѣна 30 к.

) **То же. 3-й выпускъ,** для дѣтей **старшаго возраста *(съ приложеніемъ отдѣла „Научныя забавы")*.** Цѣна 30 к.

Отзывы о вышеназв. книгахъ:

1) ...«Въ нашей математической внѣклассной литературѣ **„Забавная ариѳметика"** является весенней ласточкой. Это—одно изъ наиболѣе желательныхъ и заслуживающихъ всеобщей симпатіи пособій къ преподаванію ариѳметики"... *(Изъ отзывовъ преподавателей среднихъ школъ).*

2) ...«Названныя книги — отраднѣйшее явленіе въ нашей математической литературѣ. Живость изложенія и занятность—вотъ отличительныя качества **„Забавной ариѳметики"**. Это — прототипъ будущихъ новыхъ классныхъ задачниковъ"... *(Изъ отзывовъ народныхъ учителей).*

) **НОВЫЙ СБОРНИКЪ АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ** въ связи съ краткими теоретическими опредѣленіями и правилами ариѳметики.

Часть I. **Цѣлыя числа.—Дроби обыкновенныя и десятичныя.**— Цѣна 50 коп.

Изданіе 3-е, дополненное и исправленное (съ рис. и чертеж.).

Учебн. Комит. Мин. Нар. Просв. **допущенъ** къ классн. употребленію во **всѣхъ** средне-учебныхъ заведеніяхъ.

Учебн. Комит. при Свят. Синодѣ **одобренъ** (см. № 6 за 1910 г. «Синод. Вѣдом.») къ классному употребленію въ духовн. и второклассн. училищахъ и въ епархіальныхъ женск. учебн. заведеніяхъ.

Часть II. **Пропорціи и тройныя правила.**—Цѣна 35 коп.

Составл. *„Кружкомъ московскихъ преподавателей"* подъ ред. ***Н. Аменицкаго.***

Учен. Комит. Мин. Народ. Пр. **допущенъ** къ классн. употребл.

Н. Н. Аменицкій, Ив. П. Сахаровъ.



Забавная Ариѳметика

съ приложеніемъ отдѣла „Научныя забавы“.

Хрестоматія для развитія сообразительности и самодѣятельности дѣтей въ семьѣ и въ школѣ.

Вып. III. Старшій возрастъ.

XIII - 39293

Содержание:





4-е изданіе Т-ва И. Д. Сытина.





Типографія Т-ва И. Д. Сытина, Пятницкая ул., с. д.
Москва. — 1914.

Предисловіе ко 2-му изданію.

Выпуская настоящую книгу, мы постарались, насколько это было возможно, дать въ ней такой матеріалъ, чтобы дѣти различнаго возраста и умственнаго развитія могли найти для себя живое и полезное развлеченіе.

„Развитіе дѣтской самодѣятельности путемъ живого и забавнаго разсмотрѣнія различныхъ практическихъ вопросовъ, разрѣшимыхъ съ помощью одной ариѳметики или первоначальныхъ понятій объ элементахъ геометріи, умѣнье все окружающее насъ по возможности переводить на счетъ, мѣру и число“,— вотъ принципы, которыми мы руководились при составленіи „*Забавной ариѳметики*“.

На Западѣ еще въ среднихъ вѣкахъ среди педагоговъ появилось стремленіе оживить и сдѣлать болѣе интересным̆ъ преподаваніе „сухой“ математики. Однимъ изъ первыхъ осязательныхъ шаговъ въ этомъ направленіи могутъ считаться; „*Scholar's Arithmetic*“ *Даніэля Адамса* и „*Problémes plaisants et délectables qui se font par les nombres*“ *Gaspard Bachet de Meziriac* (1624 г.). Въ позднѣйшее время на французскомъ языкѣ издано много превосходныхъ сочиненій, посвященныхъ математическимъ забавамъ. Особенно обращаютъ на себя вниманіе: „Математическія развлеченія“ Эдуарда Лукаса и книги *Rouse Ball* и *Fourrey*.

Такое стремленіе педагоговъ вполнѣ оправдывалось ихъ собственнымъ опытомъ благодаря которому они не разъ убѣждались, насколько важно облечь математическій вопросъ въ интересную для учащихся форму, или внести въ рѣшеніе задачи такое незначительное, но любопытное затрудненіе, которое могло бы пріучить дѣтскій умъ къ самодѣятельности, или, наконецъ, предложить трудную по первому взгляду задачу, но разрѣшающуюся легко и неожиданнымъ образомъ.

Дать дѣтямъ и учащейся молодежи сборникъ математическихъ развлеченій, способствующихъ развитію сообразительности, стремились и у насъ, въ Россіи. Не говоря о нѣкоторыхъ, мало заслуживающихъ вниманія такихъ сборникахъ (въ родѣ Цвѣткова и др.), появившихся въ первой половинѣ прошлаго столѣтія, мы упомянемъ лишь о тѣхъ, которые по своей идеѣ и содержанію отвѣчаютъ своему назначенію и потому заслуживаютъ вниманія; къ нимъ относятся: изданія кіевскаго „Журнала элементарной математики“, *проф. В. Ермакова*, „Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики“ *А. Воронецъ и Д. Горячева*, „Въ царствѣ смекалки“ (Ариѳметика для всѣхъ) *Игнатьева* и др.

Отличительной особенностью вышеозначенныхъ книгъ является то, что онѣ предназначаются для дѣтей болѣе или менѣе развитыхъ и подготовленныхъ къ математическимъ развлеченіямъ, или даже для лицъ, обладающихъ достаточнымъ запасомъ знаній не только въ ариѳметикѣ, но и въ такихъ отдѣлахъ математики, какъ алгебра, геометрія и тригонометрія. Но вышеупомянутыя книги часто, несмотря на свои заголовки („Ариѳметика для всѣхъ“), не отвѣчаютъ, какъ по своему содержанію, такъ и по своей высокой цѣнѣ, тѣмъ требованіямъ, которыя можно предъявить къ пособіямъ, предназначаемымъ, напримѣръ, для *учащихся въ начальныхъ школахъ или въ младшихъ классахъ* среднихъ учебныхъ заведеній. А вѣдь именно *такія* дѣти наиболѣе нуждаются въ томъ, чтобы ихъ первоначальное и послѣдующее знакомство съ математическими истинами носило не сухой схоластическій характеръ (а мнѣніе о математикѣ, какъ о наукѣ сухой и мертвой, въ обществѣ живо и по сіе время!), а порождало бы интересъ и любовь къ предмету, развивало бы въ учащихся способность къ правильному мышленію, острый умъ и „смекалку“ и тѣмъ самымъ вносило бы оживленіе въ преподаваніе предмета.

Второе изданіе „*Забавной ариѳметики*“ отличалось

отъ перваго тѣмъ, что число задачъ и игръ, развивающихъ дѣтскую сообразительность, увеличено болѣе, чѣмъ *вдвое*. Вслѣдствіе этого мы нашли болѣе цѣлесообразнымъ раздѣлить нашу книгу на три части: „*Младшій возрастъ*“, „*Средній возрастъ*“ и „*Старшій возрастъ*“, при чемъ въ каждой изъ нихъ матеріалъ подобранъ такимъ образомъ, что соотвѣтствуетъ умственному развитію дѣтей того или другого возраста.

Кромѣ того, въ вып. 3-мъ (для „*Старшаго возраста*“) теорія ариѳметической прогрессіи разработана болѣе подробно, а для ознакомленія дѣтей съ геометрической прогрессіей помѣщенъ особый отдѣлъ „*Огромныя числа*“, въ которомъ читатели съ помощью живыхъ и доступныхъ дѣтскому пониманію разсказовъ вводятся въ область весьма большихъ чиселъ.

Зная по опыту и изъ близкаго знакомства съ дѣтьми школьнаго возраста, какой живѣйшій интересъ обнаруживаютъ они въ рисованіи и черченіи, и какъ велико въ дѣтяхъ стремленіе къ творчеству и изобрѣтательности, мы, съ цѣлью удовлетворенія этихъ дѣтскихъ запросовъ, приложили въ концѣ 1-го и 2-го выпусковъ „*Забавной ариѳметики*“ отдѣлъ, содержащій въ себѣ небольшой курсъ „*свободнаго рисованія*“ по образцу американской системы обученія. Къ 3-му же выпуску приложены „*Научныя забавы*“, способствующія развитію дѣтской любознательности и самодѣятельности.

Ник. Аменицкій.
Ив. Сахаровъ.

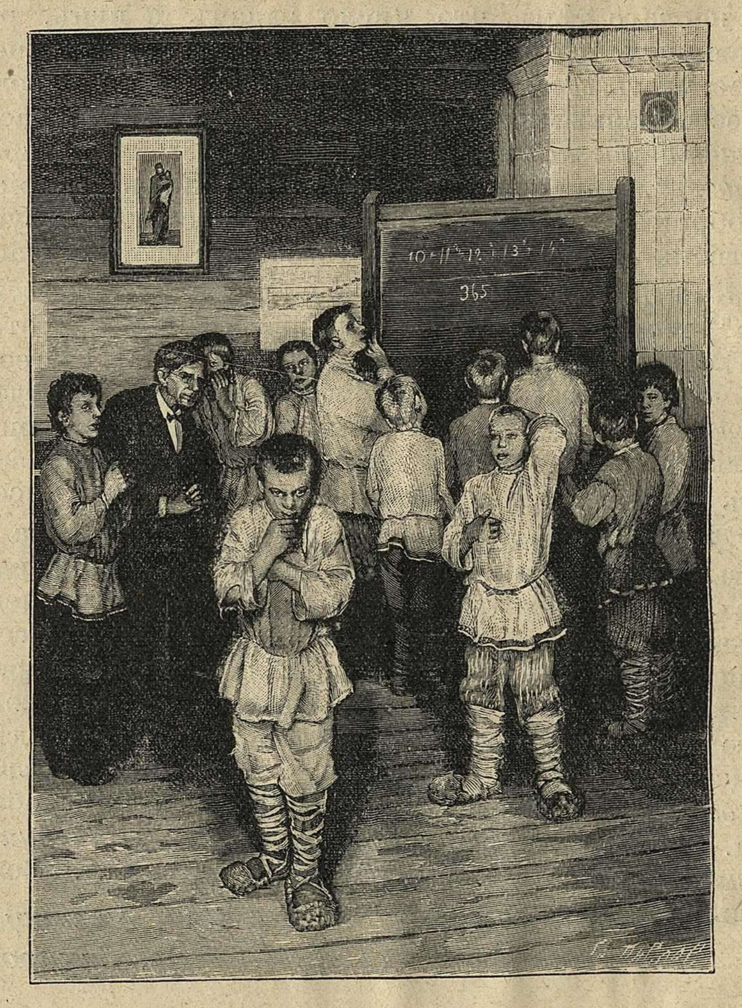
Предисловіе къ 4-ому изданію.

Какъ третье, такъ и четвертое изданія „*Забавной ариѳметики*“ печатались безъ перемѣнъ со 2-го, если не считать необходимыхъ исправленій тѣхъ опечатокъ, которыя были допущены при печатаніи предыдущаго изданія.

Ник. Аменицкій.

Москва, 1 ноября 1913 г.

Ив. Сахаровъ.



Съ карт. *Богданова-Бѣльскаго.*

На картинѣ изображенъ урокъ ариѳметики въ сельской школѣ. Налѣво—учитель этой школы, извѣстный педагогъ *С. Рачинскій*, авторъ задачника „**1001 задача для умственнаго счета**“. Въ этомъ задачникѣ авторъ старался по возможности воплотить принципъ „развитія дѣтской самодѣятельности путемъ живого и забавнаго содержанія задачъ“.



Для дѣтей старшаго возраста.

I.

Задачи-шутки.

1. Сколько концовъ у 5 палокъ? у 5 съ половиной палокъ? у 6 съ четвертью палокъ?

2. a) Раздѣлите полсотни на половину.

b) Раздѣлите рубль на $^1/_3$; гривенникъ на $^1/_5$.

3. На лугу, близъ рощи паслись въ теченіе одного часа 2 одинаковыя по своимъ качествамъ лошади и съ совершенно одинаковымъ аппетитомъ; отличались онѣ другъ отъ друга только тѣмъ, что у одной изъ нихъ хвостъ былъ гораздо короче, чѣмъ у другой. Которая изъ лошадей съѣла больше травы, если онѣ начали и кончили ѣсть одновременно?

4. Захвативъ съ собой нѣсколько орѣховъ, встаньте посреди комнаты и очертите вокругъ себя мѣломъ кругъ такой лишь величины, чтобы вы могли въ немъ послѣ помѣститься (приблизительно въ аршинъ въ діаметрѣ), а затѣмъ — положите, не выходя изъ этого круга, въ каждый изъ угловъ комнаты по одному орѣху.

5. Три брата жили въ одной комнатѣ; каждый изъ нихъ имѣлъ свой висячій замокъ и ключъ, подходившій только къ этому замку. Какъ братья должны запирать дверь своей комнаты, чтобы каждый изъ нихъ могъ войти къ себѣ въ комнату, имѣя одинъ свой ключъ?

6. Какъ можно получить 4, отнявъ отъ девяти половину девяти?

7. Какъ раздѣлить 1888 на двѣ равныя части, чтобы въ каждой изъ нихъ получилась тысяча?

8. Богачъ, умирая, завѣщалъ все свое состояніе тому монастырю, который возьмется отслужить по немъ столько заупокойныхъ обѣденъ, чтобы *число ихъ составляло половину числа лѣтъ*, оставшихся монастырю существовать послѣ смерти завѣщателя. Одинъ монастырь взялся исполнить волю умершаго. *Какъ онъ это сдѣлаетъ?*

9. Изъ гавани французскаго города Гавра ежедневно ровно въ 12 час. дня отправляется въ Нью-Йоркъ (Америка) почтовый пароходъ. Въ то же время изъ Нью-Йорка ежедневно и также ровно въ полдень отправляется такой же пароходъ въ Гавръ. Этотъ переѣздъ по Атлантическому океану совершается, какъ въ ту, такъ и въ другую сторону, ровно въ 7 сутокъ. Скажите, сколько пароходовъ встрѣтитъ на своемъ пути пароходъ, отплывшій изъ Гавра въ понедѣльникъ 7 іюля, какъ полагается, ровно въ 12 часовъ дня.

10*а.)* Посторайтесь изобразить число 31 при помощи шести (или пяти) троекъ.

б) Изобразите число 100 при помощи четырехъ одинаковыхъ цифръ.

11. На лѣсопильномъ заводѣ машина отпиливаетъ каждую минуту отъ бревна кусокъ длиною въ одну

десятую часть аршина. Во сколько минутъ будетъ распилено на такіе куски бревно длиною въ 1 аршинъ?

12. Двумъ чудакамъ-американцамъ надоѣло вести игру на бѣгахъ, и они вздумали держать другъ съ другомъ слѣдующее пари: ихъ прекрасные скакуны должны пробѣжать отъ дома двѣ версты вплоть до берега рѣки, но выигрываетъ пари тотъ, чья лошадь придетъ къ рѣкѣ не первой, а... послѣдней. Приготовившись къ скачкѣ, владѣльцы, послѣдовавъ совѣту, сѣли на лошадей, но никто изъ нихъ не рѣшался тронуться съ мѣста изъ боязни проиграть. Долго стояли они такъ, не зная, какъ выйти изъ этого затруднительнаго положенія. Видя ихъ безпомощность, одинъ изъ зрителей, стоявшихъ поблизости, подошелъ къ нимъ и что-то шепнулъ каждому изъ нихъ. Владѣльцы слѣзли съ лошадей, потомъ снова сѣли и во весь духъ помчались къ рѣкѣ.... Послѣ этого одинъ изъ нихъ выигралъ пари. *Не догадаетесь ли вы, что посовѣтовалъ владѣльцамъ лошадей одинъ изъ зрителей, и какъ пари могло быть выиграно при соблюденіи изложенныхъ выше условій.*





II.

Забавныя исчезновенія и остроумный дѣлежъ.

13. Однажды хитрый цыганъ предложилъ бѣдному мужичку легкій способъ сразу сдѣлаться богатымъ. Мужичокъ повѣрилъ цыгану и поплатился за это тѣмъ, что не только не разбогатѣлъ, но и лишился и тѣхъ денегъ, которыя у него были. (*См. зад. № 14, вып. II, для средн. возр.*). Спустя нѣкоторое время, нашъ мужичокъ случайно встрѣтилъ около моста того же цыгана и задумалъ перехитрить его. „Знаешь,—говоритъ мужикъ,—я хочу еще разъ попытать свое счастье, только теперь давай, условимся иначе: каждый разъ, какъ я перейду черезъ мостъ, я буду тебѣ отдавать только 4 коп.“—„Ладно,—отвѣтилъ цыганъ,—но тогда твои деньги будутъ увеличиваться не вдвое (какъ прежде), а только въ полтора раза“. Мужикъ согласился и пошелъ черезъ мостъ, а цыганъ сталъ его дожидаться. Каждый разъ, когда онъ возвращался къ цыгану, его деньги увеличивались въ полтора раза, и мужичокъ аккуратно платилъ цыгану обѣщанныя 4 коп. Перейдя мостъ въ пятый разъ и отдавъ цыгану 4 к., онъ рѣшилъ посмотрѣть, сколько у него стало денегъ. Подсчитавъ свои деньги, мужичокъ увидалъ, что у него на 4 коп. больше половины того, чѣмъ было первоначально. *Узнайте, сколько денегъ было у мужика вначалѣ, и сообразите, получилъ ли онъ на этотъ разъ прибыль или убытокъ.*

14. Двѣ торговки, принесши на базаръ яблоки, рѣшили сложить ихъ вмѣстѣ и продавать сообща. У

каждой изъ нихъ было по 30 яблокъ. Первая хотѣла продавать за копейку пару яблокъ, а вторая—за копейку 3 яблока. Первая разсчитывала послѣ продажи выручить 15 коп., а вторая—10 копеекъ; а обѣ вмѣстѣ—25 копеекъ. Послѣ этого они сложили яблоки въ одну корзину и рѣшили продавать каждыя пять яблокъ за двѣ копейки, разсуждая, что если одна продастъ на копейку два яблока, а другая—на копейку три яблока, то это все равно, что продать за двѣ копейки 5 яблокъ. Продавши яблоки по 2 к. за пятокъ, торговки стали считать выручку... Онѣ очень удивились, когда насчитали всего 24 копейки. Торговки стали провѣрять яблоки по пяткамъ; онѣ насчитали 12 пятковъ (т.-е. 60 яблокъ, какъ и было), повторили 2 копейки 12 разъ и получили 24 коп. „Куда же дѣлась копейка?“ думали онѣ.

Не найдете ли вы эту копейку?

15. Три торговца, не желая отбивать другъ отъ друга покупателей, рѣшили продавать свои апельсины по *одинаковой* цѣнѣ. У одного торговца было 50 апельсиновъ, у другого—30 штукъ и у третьяго—только 10 штукъ. При этомъ торговцы условились, что они могутъ измѣнять продажную цѣну своего товара, но такъ, чтобы одновременная продажа производилась непремѣнно по одной и той же цѣнѣ у всѣхъ трехъ торговцевъ. Когда весь товаръ былъ распроданъ, то оказалось, что каждый изъ торговцевъ выручилъ за свои апельсины одинаковую сумму.

Какъ и по какой цѣнѣ они должны были продавать апельсины?

16. Какъ раздѣлить поровну 5 яблокъ между 6-ю мальчиками, не разрѣзая ни одного яблока на 6 и болѣе равныхъ частей?

17. Дѣдъ, отецъ и сынъ во время прогулки встрѣтили знакомаго, который спросилъ, сколько каждому изъ нихъ лѣтъ. Дѣдъ отвѣтилъ за всѣхъ: „Намъ 131 годъ и 10 мѣсяцевъ“... и важно зашагалъ впередъ. Тогда ихъ знакомый, продолжая интересо-

ваться ихъ возрастомъ, спросилъ отца: „Ну, скажите же, сколько вамъ лѣтъ?“—„Мнѣ вмѣстѣ съ сыномъ 57 лѣтъ и 2 мѣсяца,—отвѣчалъ отецъ,—а сынъ на 19 лѣтъ и 10 мѣсяцевъ моложе меня“. Такъ знакомому и не пришлось узнать, сколько лѣтъ каждому изъ нихъ. *Не сообразите ли этого вы?*

18. [1]) Охотникъ, проголодавшись на охотѣ, обратился къ двумъ пастухамъ съ просьбой накормить его. Посовѣтовавшись, пастухи приняли его обѣдать. Одинъ пастухъ имѣлъ три кушанья, а другой—два. По окончанiи обѣда, во время котораго всѣ ѣли поровну, охотникъ, поблагодаривъ пастуховъ, далъ имъ 50 копеекъ и ушелъ. Полученныя деньги пастухи стали было дѣлить, но у нихъ ничего не выходило. Пришлось воротить охотника, который, узнавъ, въ чемъ дѣло, раздѣлилъ между пастухами 50 копеекъ такъ, что каждый изъ нихъ получилъ, что слѣдуетъ. Какъ охотникъ произвелъ дѣлежъ?

19. Однажды подъ пальмой сидѣли 2 араба и приготовились обѣдать. Къ нимъ подошелъ 3-й арабъ и предложилъ присоединить къ обѣду и свой запасъ; всю провизiю они раздѣлили поровну на троихъ. У перваго араба былъ кувшинъ молока, у 2-го—одинъ хлѣбъ, а у пришедшаго—6 финиковъ. По окончанiи ужина пришедшiй сказалъ: „Такъ какъ каждый изъ васъ далъ больше меня, то вотъ вамъ 20 одинаковыхъ мѣдныхъ монетъ; раздѣлите ихъ между собою“.—Какъ арабы будутъ дѣлить полученныя деньги, если извѣстно, что 4 кувшина молока стоятъ столько

---

[1]) Задачи, подобныя этой и слѣдующимъ (№№ 18, 19, 20, 22 и 23), встрѣчаются въ рукописи XIII столѣтiя, гдѣ разсказывается про двухъ веселыхъ нѣмецкихъ юношей, *Firri* и *Tyrri*, которые предлагаютъ другъ другу для рѣшенiя такiя, напримѣръ, задачи: „Въ Кельнѣ было 3 брата, у которыхъ было 9 сосудовъ вина различной вмѣстимости: первый сосудъ содержалъ 1 кварту (*amam*), второй—2, третiй—3, четвертый—4 и т. д. Раздѣли вино поровну между тремя братьями, не смѣшивая содержимаго сосудовъ“. Такая задача имѣетъ большое сходство съ помѣщенными здѣсь задачами №№ 22 и 23; и всѣ онѣ могутъ быть приведены къ одному изъ „магическихъ“ квадратовъ. *См. „Заб. ар.“ Вып. I, для младшаго возраста, стр. 17.*

же, сколько 3 хлѣба, а 1 кувшинъ молока цѣнится такъ же, какъ и 36 финиковъ?

20. Ѣхали два крестьянина и нашли три боченка: одинъ восьмиведерный съ виномъ, другой — пустой пятиведерный, а третій боченокъ трехведерный — тоже пустой. Крестьяне задумали подѣлить вино поровну тутъ же, на мѣстѣ, съ помощью этихъ трехъ боченковъ, не прибѣгая къ иной посудѣ. Какъ они раздѣлили вино?

21. Сельскій виноторговецъ призвалъ трехъ своихъ сыновей и велѣлъ имъ подѣлить поровну между собой 7 полныхъ боченковъ съ виномъ, 7 такихъ же боченковъ, наполненныхъ виномъ наполовину, и 7 такихъ же боченковъ, но пустыхъ. Какъ сыновья могутъ подѣлиться такъ, чтобы каждый имѣлъ и одинаковое количество вина и одинаковое количество боченковъ, если переливать вино изъ одного боченка въ другой нельзя?

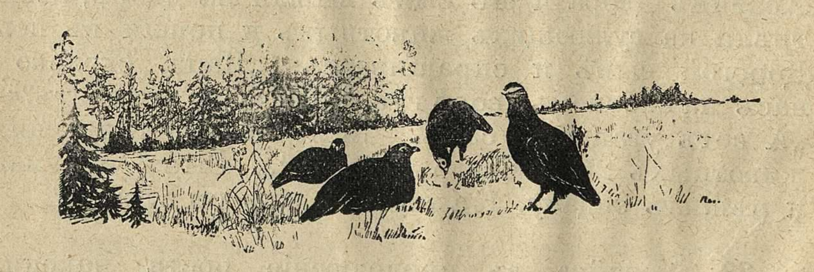
22. На скотномъ дворѣ гуляли гуси и поросята. Хозяинъ двора и его сынъ вышли на дворъ, посмотрѣли на гуляющихъ животныхъ и пошли въ поле. Дорогой сынъ и спрашиваетъ: „Папа, сколько у насъ на скотномъ дворѣ гусей и сколько поросятъ?“ — „А вотъ угадай-ка самъ. Число головъ гуляющихъ животныхъ 25, а число ногъ 70“... Сынъ подумалъ и рѣшилъ задачу. Какъ онъ это сдѣлалъ?

23. Хозяйка въ продолженіе поста накопила 2 горшка масла: одинъ въ 8 фунтовъ, другой въ 3 фунта, а третій горшокъ въ 5 фунтовъ остался у ней пустымъ. Передъ праздникомъ хозяйкѣ понадобилось выдѣлить 6 фунтовъ масла сосѣдкѣ. Какъ она это сдѣлала, если мѣркою могли служить только эти же горшки?

24. Помѣщикъ нанялъ двѣ партіи крестьянъ и обѣщалъ имъ по окончаніи работы дать каждой пар-

тіи по 5 мѣръ овса. Когда работа была окончена, помѣщикъ велѣлъ отдать въ распоряженіе работавшихъ крестьянъ 3 мѣшка: одинъ мѣшокъ содержалъ въ себѣ 10 мѣръ овса, а два другихъ, вмѣстимость которыхъ была 7 мѣръ и 3 мѣры, были пустые. Другихъ мѣшковъ или другой посуды у крестьянъ не было, и имъ пришлось раздѣлить овесъ такъ, что каждая партія понесла въ свою деревню по 5 мѣръ овса. Какъ крестьяне произвели этотъ дѣлежъ?

25. Въ сельской школѣ учится столько мальчиковъ, сколько и дѣвочекъ. Однажды учитель принесъ въ классъ 234 орѣха и роздалъ ихъ, давая каждому мальчику по 5 орѣховъ, а каждой дѣвочкѣ по 4 орѣха. Но такъ какъ дѣвочки обидѣлись на такую несправедливость, то учителю пришлось еще разъ принести съ собой орѣхи и раздать ихъ такъ, что ужъ всѣмъ досталось поровну, а именно по 6 орѣховъ. Сколько орѣховъ принесъ учитель во второй разъ?





III.

Задачи, требующія большей сообразительности.

А) Цѣлыя числа.

26[1]. Въ школѣ учатся 13 человѣкъ дѣтей. У мальчиковъ столько зубовъ во рту, сколько у дѣвочекъ пальцевъ на рукахъ и ногахъ. Сколько въ школѣ мальчиковъ и сколько дѣвочекъ?

27. Колокольня, вышиною въ 40 аршинъ, состоитъ изъ двухъ ярусовъ: въ нижнемъ столько аршинъ, сколько въ верхнемъ футовъ. Узнайте высоту каждаго яруса.

28. Дорога, длиною 2 версты, отъ лѣсной сторожки до сельской церкви шла сначала лѣсомъ, а потомъ открытымъ полемъ. Два сына лѣсника, Сергѣй и Николай, вздумали смѣрить эту дорогу, съ этой цѣлію они пошли съ разныхъ концовъ. Сергѣй шелъ отъ сторожки и мѣрилъ палкою длиною въ сажень, а Николай шелъ отъ церкви и мѣрилъ палкою длиною въ 1 футъ. На опушкѣ лѣса они встрѣтились и, къ своему удивленію, узнали, что у каждаго изъ нихъ палка уложилась одинаковое число разъ. Узнайте, на какомъ разстояніи дорога тянется лѣсомъ?

---

[1] При рѣшеніи этой задачи слѣдуетъ принять, что какъ мальчики, такъ и дѣвочки имѣютъ по 32 зуба каждый (т.-е. какъ и взрослые люди).

29. Къ Володѣ на именины собрались гости: всѣ его товарищи и каждый изъ нихъ со своей сестрой. Если бы 3 дѣвочки остались дома, то мальчиковъ (не считая самого Володи) было бы вдвое больше, чѣмъ дѣвочекъ. А если трое изъ братьевъ не пріѣхали бы въ гости, то было бы наоборотъ. Сколько гостей было у Володи?

30. У мальчика столько сестеръ, сколько и братьевъ, а у его сестры вдвое меньше сестеръ, чѣмъ братьевъ. Сколько всѣхъ братьевъ и всѣхъ сестеръ въ этой семьѣ?

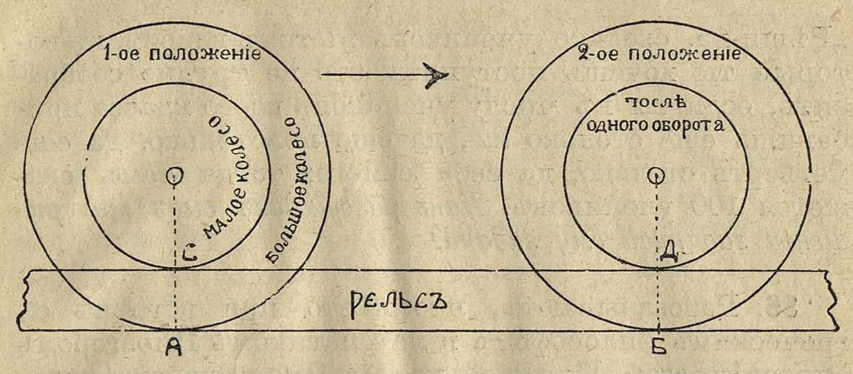
31 [1]). Въ одинъ прекрасный воскресный день, ровно въ 6 часовъ утра, гусеница вздумала добраться съ земли до вершины дерева, стволъ котораго былъ 12-ти футовъ вышиною. За день она успѣвала подняться на 4 фута, а ночью, вслѣдствіе темноты, сползала внизъ на 3 фута. Когда гусеница достигнетъ вершины дерева?

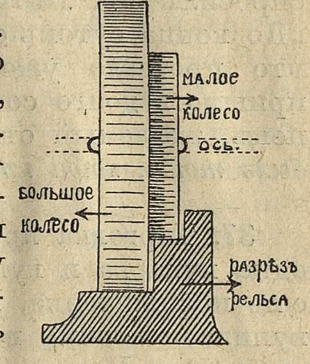
32. Найти двузначное число, въ 7 разъ бóльшее числа его единицъ.

33. Вообразите себѣ два массивныхъ колеса: большое и маленькое, надѣтыя оба на одну ось, но при этомъ замѣтьте, что маленькое колесо совершенно наглухо придѣлано къ большому. Оба эти колеса поставлены на особый двойной рельсъ (какъ это показано на нижнемъ рисункѣ). Извѣстно, что если колесо, катясь, обернется *одинъ* разъ, то оно пройдетъ за это время разстояніе, равное *длинѣ окружности* самого *колеса*. Большое колесо, катясь по своему рельсу, обернулось *одинъ* разъ и, стало-быть, прошло разстояніе отъ *А* до *Б*. Тогда маленькое колесо *должно* тоже обернуться только *одинъ* разъ (такъ какъ оно наглухо скрѣплено съ большимъ) и пройдетъ за

---

[1]) Эта задача извѣстна подъ названіемъ „Баллада ретроградной улитки“ и помѣщена, между прочимъ, во французскомъ изданіи *„Математическихъ развлеченій“ Э. Лукаса.*





это время разстояніе отъ *С* до *Д*. Эти два разстоянія (какъ это ясно видно изъ прилагаемаго чертежа), очевидно, совершенно *одинаковы*. Но вѣдь разстояніе *АБ* есть длина окружности большого, а разстояніе *СД* — длина окружности маленькаго колеса! По нашему разсужденію выходитъ, что большая длина равна меньшей. А вѣдь это — явная несообразность!

Въ чемъ же заключается наше заблужденіе, въ которое мы впали, разсуждая такимъ образомъ?

В) Дробныя числа.

34. Племянникъ спросилъ дядю, сколько ему лѣтъ. Дядя отвѣтилъ: „Я не скажу тебѣ прямо, а ты долженъ самъ сообразить: если къ половинѣ моихъ лѣтъ прибавить 10 лѣтъ, то ты узнаешь число, которое составляетъ $\frac{3}{4}$ настоящаго моего возраста“. Сколько лѣтъ дядѣ?

35. Отецъ привелъ сына на пріемный экзаменъ. Сынъ выдержалъ хорошо по нѣсколькимъ предметамъ. Осталось лишь выдержать по одной ариѳметикѣ. На этомъ экзаменѣ учитель сказалъ ему:

„Рѣши-ка, сколько учениковъ въ томъ классѣ, въ который ты хочешь поступить; это не трудно сообразить, если ты къ числу учениковъ всего класса прибавишь еще столько же, да еще полстолько, да еще четверть столько, да себя самого; тогда тамъ окажется 100 учениковъ. *Какъ разсуждалъ сынъ при рѣшеніи заданной ему задачи?*

36. Разсказываютъ, что нѣкто при встрѣчѣ съ греческимъ философомъ и математикомъ Пиѳагоромъ спросилъ его: „Который часъ?" Пиѳагоръ отвѣтилъ: „До конца сутокъ остается дважды двѣ пятыхъ того, что протекло уже отъ начала". Спрашивавшему пришлось долго соображать, чтобы получить, наконецъ, желаемый отвѣтъ. *Скажите же, который часъ былъ тогда, когда произошла эта встрѣча?*

37. Торговка продавала цыплятъ. Пришла къ ней одна кухарка и купила половину всѣхъ цыплятъ и еще полцыпленка. Пришла вторая кухарка и опять купила половину всѣхъ оставшихся цыплятъ и полцыпленка. Наконецъ пришла третья кухарка и взяла половину оставшихся цыплятъ и еще полцыпленка. Послѣ этого у торговки не осталось ни одного цыпленка. Сколько у нея было цыплятъ, если всѣ цыплята, купленные кухарками, оказались *живыми?*

38. Во время прогулки по бульвару я и товарищъ рѣшили смѣрить длину бульвара шагами, при чемъ нашъ шагъ мы условились считать за аршинъ. Начавъ измѣреніе отъ ближайшей липы, мы пошли отъ нея въ противоположныя стороны. Я измѣрилъ до конца бульвара $56\frac{3}{4}$ аршина, а товарищъ — $43\frac{3}{4}$ аршина. Кромѣ того, идя по бульвару, мы считали число липъ, мимо которыхъ проходили. Я насчиталъ 35 липъ, а онъ 33 липы. Замѣтьте, что какъ я, такъ и товарищъ начали считать съ той липы, отъ которой пошли. Узнайте, на какомъ разстояніи разсажены другъ отъ друга липы?

39. Два крестьянина Иванъ и Петръ пришли покупать избу, которая стоила 76 руб., но ни у того, ни у другого не хватало на это денегъ. Тогда Петръ, шутя, сказалъ Ивану: „Дай мнѣ $\frac{2}{3}$ твоихъ денегъ, и тогда я буду въ состоянiи купить избу". Но Иванъ возразилъ на это Петру: „Лучше ты, Петръ, дай мнѣ $\frac{3}{4}$ твоихъ денегъ, и я смогу тогда сдѣлать эту покупку". Сколько было денегъ у каждаго изъ крестьянъ?

40. Арабъ, чувствуя приближенiе смерти, призвалъ къ себѣ трехъ своихъ сыновей и сказалъ: „Когда умру, раздѣлите между собою стадо верблюдовъ, при чемъ старшiй изъ васъ возьметъ $\frac{1}{2}$ всего стада, среднiй $\frac{1}{4}$ стада и младшiй $\frac{1}{5}$ всего стада". Когда арабъ умеръ, сыновья хотѣли произвести дѣлежъ, но каково же ихъ было изумленiе, когда они увидали, что всѣхъ верблюдовъ въ стадѣ 19, и что, слѣдовательно, раздѣлить стадо по завѣщанiю отца невозможно. На ихъ счастье мимо проходилъ мулла, слывшiй за умнаго человѣка. Узнавъ, въ чемъ дѣло, онъ предложилъ сыновьямъ занять у сосѣда на короткое время одного верблюда. Когда этотъ верблюдъ былъ приведенъ, мулла спросилъ: „Сколько у васъ теперь верблюдовъ?" Арабы отвѣчали: „Двадцать". Тогда мулла приказалъ старшему сыну взять половину стада, т.-е. 10 верблюдовъ, среднему — четвертую часть, т.-е. 5 верблюдовъ, а младшему пятую часть, т.-е. 4 верблюда. „Сколько же верблюдовъ вы разобрали?" спросилъ мулла. Братья сосчитали и говорятъ: „Девятнадцать". — „Ну, а оставшагося верблюда отведите сосѣду", сказалъ мулла. *Всѣ ли участники дѣлежа разсуждали правильно и не заблуждался ли кто-либо изъ нихъ?*

41. Три брата пришли на постоялый дворъ и спросили себѣ картофеля; въ ожиданiи, пока поспѣетъ ужинъ, братья заснули; первымъ проснулся старшiй братъ и, увидавъ на столѣ картофель, съѣлъ *свою*

долю и опять легъ спать. Немного спустя проснулся средній братъ и, не подозрѣвая, что старшій уже поужиналъ, а думая, что онъ начинаетъ ѣсть первый, съѣлъ свою долю и тоже легъ спать; наконецъ проснулся младшій братъ и, разсуждая такъ же, какъ и второй, отсчиталъ свою долю, съѣлъ ее и легъ спать. Послѣ него на блюдѣ осталось еще 24 картофелины. Сколько всего было сварено картофеля и какимъ образомъ братья должны раздѣлить оставшійся картофель?

42. Въ Нью-Иоркѣ каждые 2 часа происходитъ несчастный случай съ смертельнымъ исходомъ, а черезъ каждую $\frac{1}{20}$ часа кого-нибудь арестуютъ. Опредѣлите число несчастій съ людьми въ этомъ городѣ за годъ и число арестованныхъ за сутки *).

43. Когда про человѣка желаютъ сказать, что онъ *мало* ѣстъ, то говорятъ: „Онъ кушаетъ, какъ *птичка*". Но такое сравненіе весьма неудачно; въ этомъ можно убѣдиться на такомъ примѣрѣ: птичка (малиновка), которая вѣситъ 21 золотн., въ теченіе дня способна съѣсть такое количество земляныхъ червей (изъ которыхъ каждый, длиною въ 1 дм., вѣситъ $\frac{1}{4}$ золотн.), что всѣ они, будучи разложены по землѣ, образовали бы ленту длиною въ 2 сажени. *Узнайте вѣсъ червей, съѣдаемыхъ птичкой ежедневно, и сравните его съ вѣсомъ самой птички.*

44. Борода у человѣка растетъ, удлиняясь на $\frac{1}{5}$ дюйма въ недѣлю. Предположите, что борода растетъ постоянно и одинаково и опредѣлите, какой длины достигла бы борода у мужчины, который не брился въ теченіе 30 лѣтъ.

45. Сына спросили, сколько ему лѣтъ. Онъ отвѣтилъ: „Когда отцу было 28 лѣтъ, то число моихъ лѣтъ составляло только $\frac{1}{4}$ этого возраста, а теперь я вдвое моложе отца". Сколько лѣтъ сыну теперь?

---

*) Годъ=365 дней.

46. Ягодное рѣшето вѣситъ $\frac{3}{4}$ фунта и стоитъ 12 коп. Почемъ за фунтъ слѣдуетъ заплатить за ягоды, чтобы покупатель не потерпѣлъ убытка, принимая рѣшето въ общій вѣсъ съ ягодами?

47. Три брата раздѣлили между собою 24 яблока такъ, что каждый изъ нихъ получилъ столько яблокъ, сколько ему было лѣтъ. Младшій братъ, получивши меньше всѣхъ, остался недоволенъ и предложилъ братьямъ слѣдующее: „Я оставлю себѣ только 0,5 своихъ яблокъ, а остальныя раздѣлю между вами поровну, но за это пусть каждый изъ васъ потомъ поступитъ такимъ же образомъ, какъ и я". Братья, не подумавши, какъ слѣдуетъ, согласились и... прогадали: въ результатѣ у всѣхъ братьевъ оказалось яблокъ поровну. Сколько лѣтъ было каждому брату?

48. Ученикъ при рѣшеніи задачи долженъ былъ умножить одно число на 0,5 и къ полученному произведенію прибавить 3; вмѣсто этого ученикъ по ошибкѣ раздѣлилъ это число на 0,5 и отъ полученнаго частнаго отнялъ 3. Несмотря на такія ошибки, ученикъ получилъ вѣрный отвѣтъ. Какое число встрѣтилось ученику въ задачѣ?

49. Даны два числа: 2 и 3. Какой знакъ слѣдуетъ поставить между ними, чтобы получить число, большее 2-хъ, но меньшее 3-хъ?

50. Въ понедѣльникъ въ часъ дня съ береговъ Камчатки отправился къ берегамъ Аляски пароходъ, дѣлающій по 25 верстъ въ часъ. Въ 7 часовъ вечера того же дня вслѣдъ за нимъ отчалилъ парусникъ, шедшій со средней скоростью, на $^1/_5$ меньшей скорости парохода. На полпути на пароходѣ испортилась машина; простоявъ 2 часа безъ движенія, пароходъ пошелъ дальше уже вдвое медленнѣе. Въ какой день и часъ парусникъ догналъ пароходъ, если весь путь до Аляски и обратно неповрежденный пароходъ могъ бы пройти въ 32 часа?

51. Изъ двухъ городовъ, Н.-Новгородъ и Вязники, разстояніе между которыми 330,66 верстъ, въ одинъ и тотъ же моментъ выѣзжаютъ два велосипедиста и мчатся навстрѣчу другъ другу, одинъ со скоростью 50,7 верстъ въ часъ, а другой—49,5 верстъ въ часъ. Съ велосипедистомъ, выѣхавшимъ изъ Вязниковъ, въ моментъ его отправленія вылетаетъ муха и летитъ тоже навстрѣчу нижегородскому велосипедисту со скоростью 100 верстъ въ часъ. Встрѣтивъ велосипедиста, она тотчасъ поворачиваетъ назадъ и летитъ навстрѣчу первому. Повстрѣчавъ этого, она (все съ той же скоростью) летитъ обратно, пока не встрѣтитъ снова второго велосипедиста. И такъ муха летала отъ одного велосипедиста къ другому, пока они сами не встрѣтились. Тогда она успокоилась и сѣла на спину къ одному изъ нихъ. Сколько верстъ пришлось пролетѣть мухѣ до встрѣчи велосипедистовъ?

52. Изъ деревни, лежащей на шоссейной дорогѣ, выѣхалъ въ городъ крестьянинъ, проѣзжавшій въ часъ $6^1/_2$ верстъ. Одновременно съ нимъ и въ томъ же направленіи изъ другой деревни, отстоящей отъ первой на 9 верстъ, вышелъ его братъ, который двигался со скоростью $4^1/_4$ версты въ часъ. У одного изъ этихъ братьевъ есть собака, которая въ моментъ ихъ отправленія начала бѣгать отъ одного путника къ другому со скоростью 15 верстъ въ часъ и продолжала это до тѣхъ поръ, пока крестьянинъ не догналъ брата. Узнайте: 1) сколько всего верстъ пришлось пробѣжать собакѣ? 2) зависитъ ли это разстояніе отъ того, кому изъ двухъ путешественниковъ (т.-е. ѣдущему крестьянину или пѣшеходу) принадлежала собака?

53. Во время охоты одна собака погналась за зайцемъ, который находился отъ нея на разстояніи 100 саженей. Зайцу удалось спастись отъ преслѣдованія собаки. Во время завтрака на открытомъ воздухѣ охотники разговорились, и одинъ изъ нихъ

заявилъ что онъ ничуть не жалѣетъ объ убѣжавшемъ зайцѣ, потому что, по его соображеніямъ, все равно собака никогда не догнала бы зайца даже въ томъ случаѣ, если бы она бѣжала въ 10 разъ скорѣе зайца. „Какъ такъ?!—воскликнули въ одинъ голосъ его собесѣдники.—Этого быть не можитъ!"—„Нѣтъ, *это будетъ*,—отвѣчалъ охотникъ,—если вы начнете разсуждать такъ же, какъ и я: собаку отдѣляло отъ зайца растояніе въ 100 саженей; когда она пробѣжитъ это разстояніе, то въ это время заяцъ, который бѣжитъ въ 10 разъ медленнѣе собаки, успѣетъ пробѣжать только 10 саж.; когда собака пробѣжитъ и эти 10 саженей, то заяцъ успѣетъ все-таки подвинуться впередъ на 1 сажень; если собака пробѣжитъ и эту одну сажень, то заяцъ за это время можетъ пробѣжать 1 десятиную часть сажени и, стало-быть, будетъ все-таки впереди собаки на $^1/_{10}$ саж. Разсуждайте далѣе такимъ же образомъ, и вы увидите, что заяцъ всегда, хотя не очень небольшое разстояніе, будетъ находиться впереди собаки.

Слушавшіе охотника были поражены такою несообразностью, и у нихъ поднялся оживленный разговоръ по этому поводу. *Правильно ли разсуждалъ охотникъ, а если нѣтъ, то почему?*



IV.

Затруднительныя положенія.

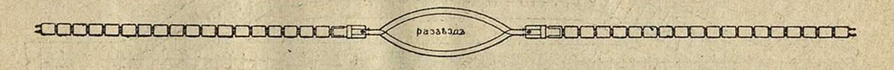
54. То, о чемъ здѣсь будетъ разсказано, происходило въ Америкѣ. Однажды къ небольшой рѣкѣ подошли: англичанинъ съ женой, негръ съ женой и индѣецъ съ женой. Всѣмъ имъ нужно переправиться на ту сторону. Къ сожалѣнію, въ ихъ распоряженіи оказалась лишь одна лодка (и то безъ гребца), на которой могутъ помѣститься только двое. Сговорившись между собой, мужчины уже хотѣли было начать переправу, но оказалось, что ни одна жена не пожелала остаться въ лодкѣ безъ своего мужа въ обществѣ одного или двухъ другихъ мужей. Долго думали мужья, но, наконецъ, догадались и исполнили желаніе женъ. Какъ они могли переправиться на ту сторону рѣки?

55. Товарный поѣздъ, имѣющій 26 вагоновъ, приближается къ станціи желѣзной дороги. Его нагоняетъ по тому же пути пассажирскій поѣздъ (въ составѣ 14 вагоновъ), который необходимо пропустить впередъ. На станціи отъ главнаго пути отходитъ въ сторону запасная вѣтка, но на ней могутъ помѣститься только 13 вагоновъ, стало-быть, весь товарный поѣздъ на нее не войдетъ; однако начальникъ станціи сумѣлъ пропустить пассажирскій поѣздъ, избѣжавъ крушенія. Какъ онъ это сдѣлалъ?

Примѣчаніе. Поѣзда могутъ ходить и заднимъ ходомъ.

56. По одноколейной желѣзной дорогѣ идутъ другъ другу навстрѣчу 2 поѣзда: въ каждомъ изъ нихъ по

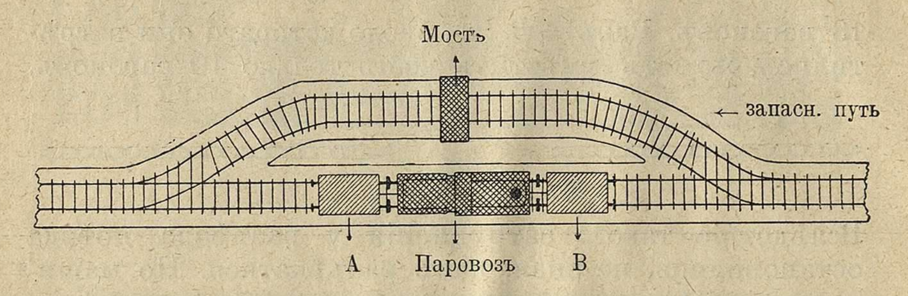
18 вагоновъ. Разъѣздъ же, около котораго они встрѣтились, можетъ вмѣстить всего только 10 вагоновъ.



Вслѣдствіе такого затрудненія у разъѣзда поѣзда остановились, не зная, какъ разъѣхаться. Но машинисты сумѣли продѣлать такіе маневры, что поѣзда разъѣхались благополучно. Какъ они добились свободнаго проѣзда?

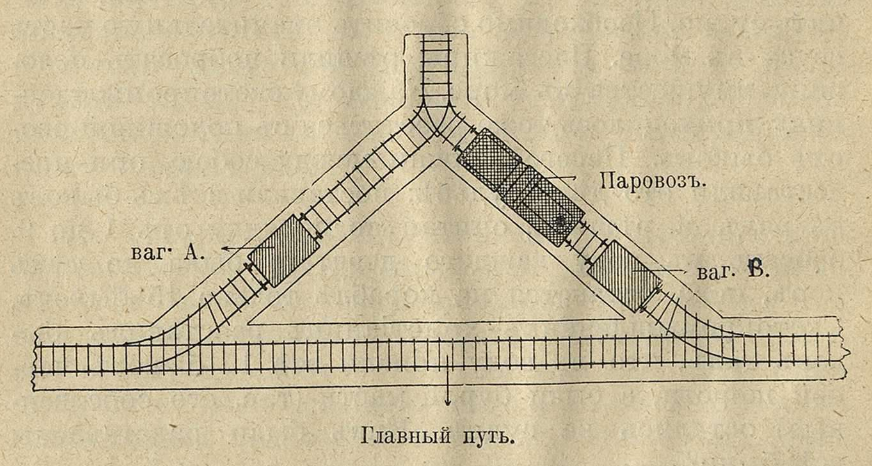
57. По бурному морю мчится однопарусное судно; на немъ нѣсколько пассажировъ, между которыми два скотопромышленника: христіанинъ и турокъ. Скотопромышленники везутъ съ собой по 15 быковъ каждый; христіанинъ везетъ быковъ бурой шерсти, а турокъ везетъ черныхъ быковъ. Вдругъ поднялась буря; волны захлестываютъ корму и грозятъ потопить судно. Необходимо сбросить значительную часть груза въ море. Пассажиры рѣшили побросать половину имущества въ море. Каждому скотопромышленнику приходилось тоже разстаться съ половиной своихъ быковъ. Переговоривши между собою, они предоставили это дѣло судьбѣ: поставили всѣхъ быковъ въ рядъ и рѣшили, считая по порядку отъ 1 до 9, бросать въ воду каждаго девятаго быка до тѣхъ поръ, пока останется на кораблѣ только 15 быковъ. Скотопромышленникъ-христіанинъ разставилъ быковъ такъ, что въ воду попали всѣ 15 быковъ черной шерсти, а быки бурой масти (т.-е. его собственные) остались на суднѣ. Какъ были разставлены всѣ быки?

58. На полотнѣ желѣзной дороги стоятъ паровозъ и два вагона (A и B) въ такомъ порядкѣ, какъ показано на чертежѣ. Требуется перецѣпить вагоны такъ, чтобы они *помѣнялись* мѣстами (ваг. A будетъ справа, а ваг. B — слѣва). Для этой цѣли имѣется запасный путь; но дѣло въ томъ, что черезъ этотъ



запасный путь перекинутъ только что построенный (но неудачно) мостъ, подъ который вагоны проходятъ свободно, а паровозъ пройти не можетъ, благодаря имѣющейся у него трубѣ, которая не снимается и не наклоняется.

59. Желѣзнодорожныя вѣтки расположены такъ, что образуютъ съ главнымъ путемъ треугольникъ; въ одномъ изъ угловъ этого треугольника имѣется углубленіе, въ которомъ можетъ помѣститься или



Главный путь.

паровозъ или одинъ изъ вагоновъ (расположеніе паровоза и двухъ вагоновъ A и B показано на чертежѣ). Требуется сцѣпить два вагона съ паровозомъ такъ, чтобы они стояли на главномъ пути въ слѣдующемъ порядкѣ: вагонъ B + паровозъ + вагонъ A.

60. По шоссейной дорогѣ ѣхали вмѣстѣ домой два велосипедиста, каждый со скоростью 15 верстъ въ часъ. Когда имъ оставалось проѣхать только 40 верстъ, то у одного изъ нихъ велосипедъ сломался, и онъ долженъ былъ отдать его въ починку. Не желая прерывать своего путешествія, они рѣшили выйти изъ своего затруднительнаго положенія слѣдующимъ образомъ: они отправятся вмѣстѣ, одинъ на велосипедѣ, а другой пѣшкомъ, а спустя нѣкоторое время велосипедистъ остановится, поставитъ свою машину въ канаву возлѣ шоссе и отправится дальше пѣшкомъ; когда его товарищъ дойдетъ до того мѣста, гдѣ спрятанъ велосипедъ, то онъ будетъ продолжать свой путь уже на велосипедѣ и догонитъ пѣшехода; тутъ они снова помѣняются ролями и, продолжая поступать такимъ образомъ, закончатъ свой путь. Зная, что каждый путешественникъ способенъ пѣшкомъ пройти 5 верстъ въ часъ, постарайтесь узнать: 1) въ какомъ мѣстѣ слѣдуетъ оставить послѣдній разъ велосипедъ (т.-е. произвести пересадку), чтобы оба путника добрались до дома одновременно? 2) Скорѣе ли (и на сколько?) описанный способъ передвиженія, чѣмъ пѣшеходный? 3) Когда они прибудутъ домой, если послѣ порчи велосипеда они отправились въ путь ровно въ полдень?





V.

Любопытныя особенности нѣкоторыхъ чиселъ и дѣйствій съ ними.

61. Возьмите число 12345679 (которое, какъ видите, и запомнить легко) и попробуйте умножить его a) сначала на 9; b) потомъ его же на 18, c) на 27, d) на 36, e) на 45, f) на 54, g) на 63, h) на 72 и, наконецъ, i) на 81. Когда вы произведете эти девять умноженій даннаго числа на помѣщенныя выше числа, то получите девять произведеній, которыя отличаются: 1) тѣмъ, что запоминаются весьма легко, 2) тѣмъ, что каждое изъ этихъ произведеній нетрудно получить изъ перваго произведенія другимъ, болѣе легкимъ пріемомъ, чѣмъ это было сдѣлано. Не догадаетесь ли, въ чемъ состоитъ этотъ другой (легкій) способъ?

62. Если одно и то же число: 142857 вы будете помножать на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6, то получите такія произведенія, въ которыхъ легко подмѣ-

тить одну интересную особенность [1]). Скажите, въ чемъ состоитъ эта особенность.

63. Число 2519 обладаетъ тоже любопытнымъ свойствомъ, которое вы легко можете обнаружить, если раздѣлите это число: на 2, на 3, на 4, на 5, на 6, на 7, на 8 и, наконецъ, на 9.

64. Напишите число, изображаемое первыми 9-ю цифрами, начиная съ 9 и до 1, и отнимите отъ него число, написанное тѣми же цифрами, но въ обратномъ порядкѣ. Полученная разность обладаетъ такимъ же свойствомъ, какъ и уменьшаемое и вычитаемое. Въ чемъ заключается это свойство?

65. Напишите любое трехзначное число (только при условіи, чтобы первая и послѣдняя цифра этого числа не были одинаковы). Затѣмъ подъ этимъ числомъ подпишите число, изображенное тѣми же цифрами, но въ обратномъ порядкѣ. Теперь попробуйте вычесть изъ большаго числа меньшее. Полученная разность обладаетъ такими свойствами, которыя даютъ возможность угадать ее, не только не зная первоначально написаннаго числа, но и не глядя на самый ходъ дѣйствія: стоитъ спросить только *послѣднюю* цифру этой разности. *Сдѣлайте нѣсколько такихъ упражненій и постарайтесь подмѣтить вышеупомянутыя свойства получающейся разности.*

Поясненіе. 1) Беремъ, наприм., число 652; число, изображаемое тѣми цифрами, но въ обратномъ порядкѣ, есть 256; $652 - 256 = 396$. Зная послѣднюю цифру **6** (которую вы можете спросить у того, кто задумалъ число и производилъ съ нимъ дѣйствіе), но не зная самаго числа 652, вы должны угадать полученную разность, т.-е. 396. 2) Возьмемъ еще число 580: изъ него приходится вычесть число 085, т.-е. 85: $580 - 85 = 495$. Какимъ образомъ, зная только цифру 5, узнать всю разность 495?

---

[1]) Отъ умноженія даннаго числа на 7 получается число, которое уже не обладаетъ этою особенностью, но любопытно по своему начертанію.

66. Напишите любое трехзначное число (крайнія цифры должны быть *различны*). Переставьте цифры этого числа въ обратномъ порядкѣ и изъ большаго числа отнимите меньшее. Послѣ этого переставьте цифры (въ обратномъ порядкѣ) и въ полученной разности; и сложите оба послѣднихъ числа. *Сдѣлайте нѣсколько такихъ упражненій и постарайтесь подмѣтить любопытную особенность суммы, получаемой отъ такихъ дѣйствій съ любымъ трехзначнымъ числомъ.*

67. Попробуйте произвести указанныя дѣйствія:

$$12 \times 9 + 3 =$$
$$123 \times 9 + 4 =$$
$$1234 \times 9 + 5 =$$
$$12345 \times 9 + 6 = \text{ и т. д.}$$

Результатъ, который вы будете получать въ каждомъ изъ этихъ случаевъ, отличается особенностью, которая бросается въ глаза.

68. Подобную (хотя и не совсѣмъ) особенность вы обнаружите, если начнете выполнять слѣдующія дѣйствія:

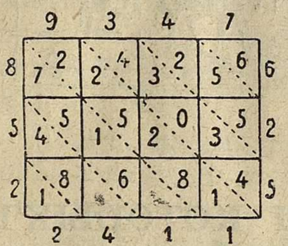
$$9 \times 9 + 7 =$$
$$98 \times 9 + 6 =$$
$$987 \times 9 + 5 =$$
$$9876 \times 9 + 4 = \text{ и т. д.}$$

69. Въ старыхъ итальянскихъ рукописяхъ встрѣчается любопытный способъ умноженія многозначныхъ чиселъ, который извѣстенъ подъ названіемъ мусульманскаго (или индусскаго) метода [1]. Пусть намъ надо перемножить числа 9347 и 258. Для этого отдѣлите себѣ на клѣтчатой бумагѣ три

---

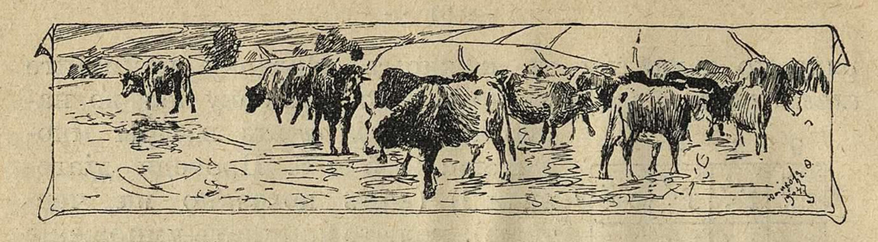
[1]) Итальянскій монахъ *Лука Пачіоли* (XV—XVI в.) въ своемъ сочиненіи *Summa de Arithmetica* даетъ восемь методовъ умноженія, изъ которыхъ первый (такъ называемый *bericuvcoli*) теперь вошелъ во всеобщее употребленіе. Пятый методъ называется *quadri latero* или „умноженіемъ посредствомъ квадрата“, приведенъ здѣсь и заимствованъ (какъ и большинство ариѳметическихъ пріемовъ) у индусовъ.

ряда по 4 клѣтки въ каждомъ. Наверху напишите *слѣва направо* цифры множимаго, а съ боку налѣво напишите *снизу вверхъ* цифры множителя: 2, 5 и 8. Проведя діагонали [1]) (какъ показано на чертежѣ), можете начинать умноженіе съ *любой* цифры множимаго на *любую* цифру множителя, при чемъ получающееся каждый разъ произведеніе, (т.-е. двузначное число) слѣдуетъ помѣщать въ соотвѣтствующемъ квадратикѣ такъ, чтобы цифра десятковъ стояла въ лѣвомъ отдѣленіи квадратика, а цифра единицъ — въ правомъ. Когда всѣ клѣтки окажутся заполненными такимъ образомъ, то остается произвести сложеніе по направленію діагоналей. Такимъ образомъ въ приведенномъ здѣсь примѣрѣ получается произведеніе: $\frac{2\,411\;526}{\text{внизу съ боку}}$. *Не можете ли указать, въ чемъ состоитъ преимущество «мусульманскаго» метода умноженія передъ тѣмъ, которымъ вы пользуетесь обыкновенно.*



1) См. отд. „*Игры въ спички*“ (41 стр.).





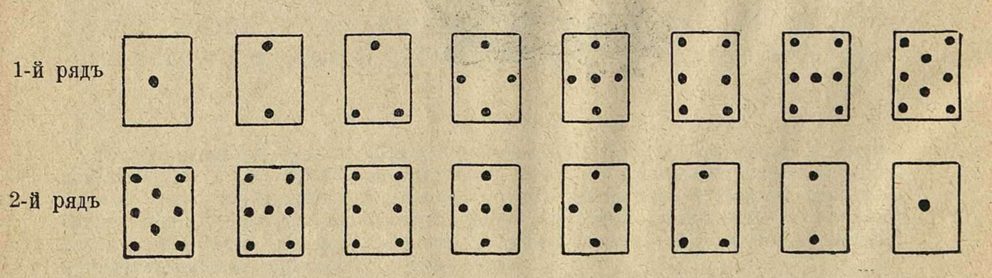
VI.

Ряды чиселъ, суммы которыхъ можно получать, не дѣлая сложенія этихъ чиселъ.

Поясненіе. Если вы вздумаете узнать, чему равна сумма чиселъ, стоящихъ, напримѣръ, въ ряду 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, то вы легко можете это сдѣлать, *не складывая* самихъ чиселъ.

Возьмите восемь карточекъ и нарисуйте на одной изъ нихъ 1 кружокъ, на другой — 2 кружка, на 3 — 3 кружка и т. д. Затѣмъ разложите эти карточки въ рядъ по порядку, начиная съ той, на которой нарисованъ одинъ кружокъ; а потомъ, сдѣлавши еще 8 такихъ же карточекъ, разложите ихъ подъ первымъ рядомъ, но въ *обратномъ* порядкѣ (т.-е. подъ карточкой съ 8-ю кружочками — новую карточку съ 1 кружкомъ, подъ 7-ю кружками—карточку съ 2-мя кружочками и т. д.).

Нетрудно видѣть, что наши два ряда образовали 8 столбиковъ, по двѣ карточки въ каждомъ. Сосчитайте, сколько кружочковъ въ каждомъ такомъ стол-



бикѣ. Оказывается, что какой бы мы столбикъ ни выбрали, все равно, въ немъ мы насчитаемъ 9 кружковъ. А число 9 (и вы это замѣтьте!) есть *сумма* кружковъ на *1-й* на *послѣдней* карточхахъ въ 1-мъ ряду.

Итакъ, наши два ряда состоятъ изъ 8 столбиковъ, а каждый столбикъ содержитъ на своихъ двухъ карточкахъ 9 кружковъ. Значитъ, если вы эти 9 кружковъ повторите 8 разъ, то узнаете, сколько всего кружковъ въ обоихъ рядахъ:

$$9 \times 8 = 72 \text{ кружка;}$$
$$\text{или } (8 + 1) \times 8 = 72.$$

Теперь уже легко узнать, сколько кружковъ только въ *одномъ* 1-мъ (или 2-мъ) ряду; стоитъ лишь 72 кружка раздѣлить на 2 равныя части:

$$72 : 2 = 36 \text{ кружковъ.}$$

Слѣдовательно:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = \mathbf{36}.$$

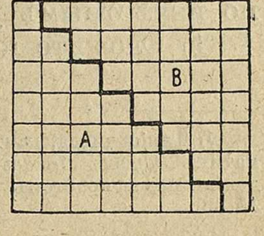
Посмотримъ, что намъ пришлось дѣлать для того, чтобы получить искомую сумму:

1) $8+1=9$, т.-е. *сложить первое и послѣднее числа нашего ряда;*

2) $9 \times 8 = 72$, т.-е. *полученную сумму умножить на столько, сколько чиселъ въ ряду;*

3) $72:2=36$, т.-е. *произведеніе раздѣлить пополамъ.*

Все, что сейчасъ было сказано о складываніи чиселъ такого ряда, какъ: 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, можно легко себѣ представить, если вы воспользуетесь клѣтчатой бумагой. Возьмите на такой бумагѣ 7 рядовъ по 8 клѣтокъ въ каждомъ и раздѣлите такой четыреугольникъ на двѣ (*совершенно одинаковыя*) части *A* и *B* такъ, какъ показано на чертежѣ *жирной* линіей. Посмотрите повнимательнѣе сначала только на часть *A*, и вы увидите, что въ ней въ верхнемъ ряду находится одинъ квадратикъ, во 2-мъ ряду — 2 квадратика, въ



слѣдующемъ ряду — 3 квадратика и т. д., а въ послѣднемъ (нижнемъ) ряду—7 квадратиковъ. Такимъ образомъ въ части А всѣхъ квадратиковъ

$$1+2+3+4+5+6+7,$$

т.-е., какъ разъ сумма чиселъ нашего ряда. Чтобы узнать эту сумму, конечно, можно сложить всѣ числа этого ряда, и тогда мы получимъ 28 [1]). Но не всегда бываетъ легко такъ сдѣлать, и вотъ почему:

Вообразите, что въ нашемъ ряду находились бы числа отъ 1 до 500. Тогда пришлось бы складывать другъ съ другомъ всѣ 500 чиселъ, а это было бы, разумѣется, и долго и скучно. Вмѣсто этого проще поступить такъ: на нашемъ чертежѣ имѣются 7 рядовъ по 8 клѣтокъ, т.-е. $7 \times 8 = 56$ клѣтокъ. Въ части же А клѣтокъ содержится вдвое меньше (такъ какъ части А и В совершенно одинаковыя), т.-е. $56 : 2 = 28$ клѣтокъ.

Такимъ же точно образомъ можно узнать и сумму чиселъ отъ 1 до 500. Для этого надо исполнить только слѣдующія дѣйствія:

$$(500 \times 501) : 2 = 25250.$$

Это, конечно, гораздо короче, чѣмъ дѣлать сложеніе.

Возьмемъ еще примѣръ.

Пусть вамъ надо поскорѣе сложить слѣдующія числа: 2, 5, 8, 11, 14, 17 и 20.

Этотъ рядъ отличается отъ предыдущаго тѣмъ, что здѣсь каждое число увеличивается, какъ вы видите, *на 3 единицы*, а не на одну, какъ было въ первомъ примѣрѣ.

Но не смущайтесь! Поступите и въ этомъ случаѣ по извѣстнымъ уже вамъ пріемамъ.

1) Сложите послѣднее число съ первымъ:

$$2 + 20 = 22.$$

---

[1]) Такія числа, какъ 28, называются *треугольными*. Французскій математикъ *Эдуардъ Лукасъ* приписываетъ происхожденіе этихъ чиселъ наблюденію надъ полетомъ нѣкоторыхъ птицъ (см. *„Заб. ариѳм.“*, вып II, зад. № 58).

2) Помножьте теперь эту сумму на 7 (вѣдь въ новомъ ряду семь чиселъ!):

$$22 \times 7 = 154.$$

3) Наконецъ, раздѣлите число, которое вы получили, на 2:

$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ -14 & \overline{77} \\ \hline 14 & \\ -14 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Теперь можете провѣрить полученный отвѣтъ, сложивши всѣ числа нашего ряда; отъ этого сложенія получится та же сумма (т.-е. 77). Слѣдовательно, мы рѣшили вопросъ совершенно правильно и притомъ достаточно быстро.

Рѣшимъ теперь другой вопросъ.

Возьмемъ опять рядъ чиселъ:

2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 и т. д.

Въ этомъ ряду числа идутъ, увеличиваясь на *три* единицы:

2-е число, т.-е. $5 = 2 + 3$;
3-е число, т.-е. $8 = 2 + 3 + 3$;
4-е число, т.-е. $11 = 2 + 3 + 3 + 3$;
5-е число, т.-е. $14 = 2 + 3 + 3 + 3 + 3$
и т. д.

Отсюда видно, что всякое число нашего ряда можно составить *изъ перваго числа и одной или двухъ, или трехъ и т. д. троекъ.*

При этомъ замѣтьте слѣдующее:

Чтобы получить, напр., *3-е* число, надо къ 1-му числу прибавить *2 тройки*; чтобы получить *4-е* число, надо къ 1-му числу прибавить *3 тройки*; чтобы получить *5-е* число, надо къ 1-му числу прибавить *4 тройки*. Однимъ словомъ, *чтобы получить какое-нибудь число изъ нашего ряда, надо къ 1-му числу прибавить столько троекъ, сколько чиселъ находится въ ряду передъ этимъ числомъ.*

Напримѣръ, узнаемъ 13-е число въ нашемъ ряду. Для этого къ первому числу, т.-е. къ 2, прибавимъ 12 троекъ, т.-е. 36:

$$13\text{-е число} = 2 + 36 = 38.$$

Или:

$$24\text{-е число} = 2 + 23 \times 3 = 2 + 69 = 71.$$

Ниже вы найдете нѣсколько задачъ, для рѣшенія которыхъ можете употребить новые пріемы, съ которыми вы только что познакомились.

---

70. Узнайте сумму всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до 20.

71. Узнайте сумму всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до 100.

72. Узнайте сумму всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 4 до 50.

73. Узнайте сумму всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 10 до 70.

74. Найдите сумму чиселъ: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19.

75. Найдите сумму чиселъ: 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 и 31.

76. Сколько ударовъ дѣлаютъ часы съ боемъ за время съ 1 часу дня до 12 часовъ ночи?

77. Наводненіе продолжалось ровно сутки: въ 1-й часъ вода въ рѣкѣ поднялась на 1 дюймъ, во 2-й часъ—на 2 дюйма, въ 3-й часъ—на 3 дюйма и т. д. На сколько вода въ рѣкѣ прибыла за сутки?

78. Пароходъ, выйдя изъ пристани, въ 1-й часъ прошелъ 25 верстъ. Но такъ какъ вѣтеръ былъ попутный, то пароходъ ускорялъ свой ходъ каждый

часъ на 1 версту. На 8-мъ часу пути онъ шелъ уже со скоростью 32 верстъ въ часъ. Узнайте, сколько верстъ пароходъ прошелъ въ 8 часовъ.

79. Въ крупныхъ городахъ дома теперь различаются не по фамиліямъ ихъ владѣльцевъ, а по нумерамъ, стоящимъ на каждомъ владѣніи, при чемъ нумера домовъ, находящихся на лѣвой, напримѣръ, сторонѣ, всѣ нечетны (т.-е. 1-й, 3-й, 5-й и т. д.), а нумера домовъ на правой сторонѣ — четны (т.-е. 2-й, 4-й и т. д.). Не скажете ли вы, какова будетъ сумма нумеровъ домовъ по лѣвой сторонѣ и сумма нумеровъ на правой сторонѣ улицы, если всего домовъ на этой улицѣ 200? (№№ домовъ начинаются съ 1-го.)

80. Разъ умный бѣднякъ попросилъ у скупого богача пріюта въ продолженіе двухъ недѣль, при чемъ сказалъ: „За это я тебѣ въ первый день заплачу *1 рубль*, во 2-й день—2 рубля, въ 3-й день—3 рубля и т. д.,—словомъ, каждый день я буду тебѣ прибавлять по одному рублю, такъ что за одинъ 14-й (послѣдній) день я заплачу тебѣ 14 рублей. Ты же мнѣ будешь подавать милостыню: въ 1-й день *1 копейку,* во 2-й день—2 коп., въ 3-й день—4 коп., и т. д., увеличивая каждый день свою милостыню *вдвое*". Богачъ съ радостью согласился на такія, повидимому, выгодныя условія. Сколько барыша получилъ отъ этой сдѣлки богачъ?

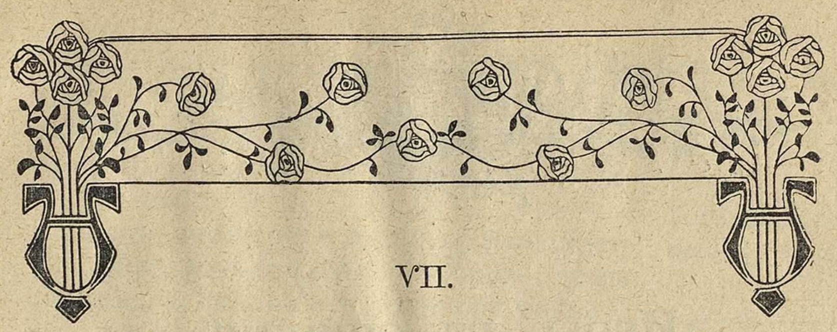
Примѣчаніе. Сумму, которую долженъ заплатить *богачъ*, вамъ придется вычислить, *сложивши* между собою всѣ милостыни за каждый день. (Сравн. съ разск. 2, отд. X.).

81. Найдите 25-е число въ такомъ ряду, который начинается съ 3, а числа идутъ, увеличиваясь на 1.

82. Найдите 21-е число въ такомъ ряду, который начинается съ 5, а числа идутъ, увеличиваясь на 2.

83. У меня въ комнатѣ было отворено окно съ 2 час. дня. Я замѣтилъ, что за 1-й часъ въ комнату влетѣло 3 комара, за 2-й часъ—5 комаровъ, за 3-й часъ—7 комаровъ, и т. д. Въ 9 часовъ вечера я закрылъ окно и хотѣлъ уснуть, но комаровъ оказалось въ комнатѣ такъ много, и кусались они такъ больно, что это оказалось невозможно. Сколько комаровъ набралось у меня въ комнатѣ?

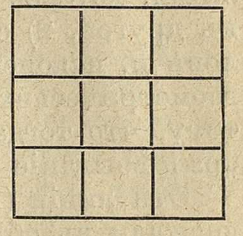




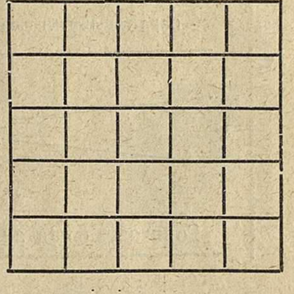
VII.

Волшебные квадраты[1]).

84. Въ помѣщенномъ здѣсь квадратѣ разставьте цифры (по одной въ каждой клѣткѣ): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 такъ, чтобы суммы чиселъ во всѣхъ направленіяхъ (въ горизонтальномъ, въ вертикальномъ и по діагоналямъ) были одинаковы, и чтобы каждая изъ нихъ равнялась 12.



85. Въ помѣщенномъ здѣсь квадратѣ разставьте числа (по одному въ каждой клѣткѣ): 0, 1, 2, 3 и т. д. до 24 включительно такъ, чтобы суммы чиселъ во всѣхъ направленіяхъ были одинаковы, и чтобы каждая равнялась 60.



86. „Волшебный“ квадратъ, который получился въ предыдущей задачѣ (см. „*Отвѣты и рѣшенія*“), можно всячески видоизмѣнять, переставляя числа изъ одной клѣтки въ другую. Попробуйте поупражняться въ этомъ.

---

[1]) Магическіе (волшебные) квадраты были извѣстны еще арабамъ и индусамъ. Въ Европѣ они появились въ XV в., благодаря византійскому писателю *Мосхопуло*. Средневѣковые звѣздочеты вѣрили въ магическую силу этихъ квадратовъ, которые, по ихъ убѣжденію, могли служить талисманомъ противъ болѣзней. Но и въ наше время самые знаменитые математики не пренебрегаютъ заниматься вопросомъ о магическихъ квадратахъ (*M. Arnoux*. Les Espaces arithmetiques hypermagiques).



VIII.

Игры „въ спички“.

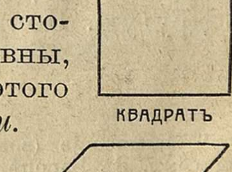
Прежде чѣмъ вы приметесь играть въ спички, не мѣшаетъ сначала познакомиться: 1) съ положеніемъ линій, которое онѣ могутъ имѣть одна по отношенію къ другой, 2) съ формой нѣкоторыхъ фигуръ и угловъ и, наконецъ, 3) съ очертаніями простѣйшихъ геометрическихъ тѣлъ. Для васъ это необходимо потому, что тогда вы можете съ успѣхомъ взяться за „разрѣзываніе фигуръ“ (см. отд. IX).

Эти линіи (1 черт.), сколько бы вы ихъ ни продолжали въ обѣ стороны, никогда не встрѣтятся между собой; онѣ называются параллельными, а эти линіи (черт. 2) при продолженіи ихъ вправо непремѣнно встрѣтятся и образуютъ то, что называется *угломъ*.

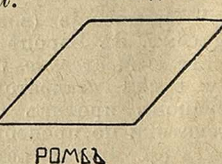


Вотъ перечень наиболѣе часто встрѣчающихся геометрическихъ фигуръ:

Четыреугольникъ, у котораго всѣ 4 стороны одинаковы и всѣ 4 угла тоже равны, называется *квадратомъ;* углы же у этого четыреугольника называются *прямыми.*



У этого четыреугольника стороны тоже всѣ одинаковы, но углы, какъ видите, разные; онъ называется *ромбомъ.*



А у этой фигуры наоборотъ: всѣ 4 угла одинаковы, стороны — верхняя и боковая—разныя; но стороны, находящіяся другъ противъ друга, равны. Это—*прямоугольникъ.*

ПРЯМОУГОЛЬНИКЪ

Этотъ четыреугольникъ называется *параллелограммомъ.* У него углы разные, а стороны одинаковы только тѣ, которыя лежатъ другъ противъ друга.

ВЫСОТА
ОСНОВАНІЕ
ПАРАЛЛЕЛОГРАММЪ

Такой четыреугольникъ, у котораго двѣ противоположныя стороны параллельны, а двѣ другія — нѣтъ, называется *трапеціей.* Если вы въ какомъ-нибудь изъ этихъ четыреугольниковъ проведете изъ одного угла въ другой прямую линію, то называйте ее *діагональю.*



ТРАПЕЦІЯ.

А вотъ нѣкоторыя изъ геометрическихъ тѣлъ:

Кубомъ называется такое тѣло, у котораго и длина, и ширина, и вышина одинаковы; стороны куба образуютъ между собою прямые углы.

КУБЪ.

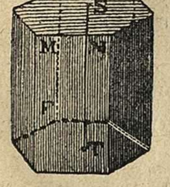
Если основаніемъ *пирамиды* служитъ треугольникъ, то она называется треугольной; а если же въ основаніи лежитъ четыреугольникъ, тогда она называется четыреугольной пирамидой.



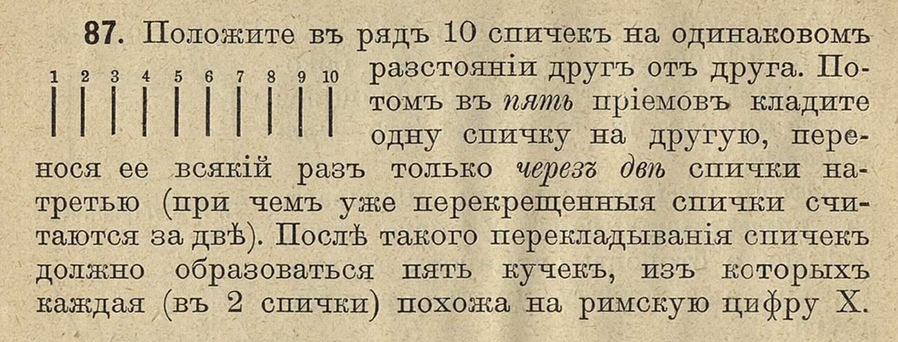


ПИРАМИДЫ.

Тѣло, изображенное на этомъ рисункѣ, называется *призмой;* линіи верхней фигуры параллельны линіямъ нижняго основанія призмы.



ПРИЗМА.



87. Положите въ рядъ 10 спичекъ на одинаковомъ разстояніи другъ отъ друга. Потомъ въ *пять* пріемовъ кладите одну спичку на другую, перенося ее всякій разъ только *черезъ двѣ* спички натретью (при чемъ уже перекрещенныя спички считаются за двѣ). Послѣ такого перекладыванія спичекъ должно образоваться пять кучекъ, изъ которыхъ каждая (въ 2 спички) похожа на римскую цифру X.

88. 15 спичекъ лежатъ въ рядъ. Требуется собрать ихъ въ 5 группъ по 3 спички въ каждой, при чемъ, перекладывая по одной, каждый разъ перескакивать черезъ 3 спички[1]).

89. Переложите эти 12 спичекъ такъ, чтобы съ каждой стороны четыреугольника ихъ лежало не 4 (какъ на рис.), а 5 штукъ.

90. Данныя на рисункѣ 12 спичекъ переложить такъ, чтобы съ каждой стороны четыреугольника ихъ было a) по 5; b) по 6.

91. Составьте изъ 6 спичекъ четыре одинаковыхъ равностороннихъ треугольника (каждая сторона—1 спичка[1]).

92. Составьте изъ 9 спичекъ три (закрытыхъ со всѣхъ сторонъ) четыреугольника, равныхъ между собою[2]).

93. Составьте изъ 12 спичекъ три равныхъ четыреугольника и два равныхъ треугольника.

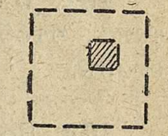
94. Сложите изъ 20 спичекъ два квадрата такъ, какъ показано на рисункѣ. Затѣмъ при помощи 10

---

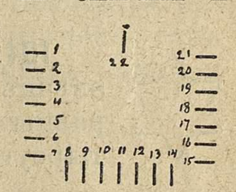
[1]) Спички можно класть и въ промежутки между спичками.

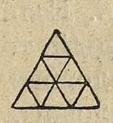
[2]) Среугольники или четыреугольники могутъ и не всѣ лежать на поверхности стола или бумаги.

спичекъ раздѣлите внутренность большого квадрата (незаштрихованная часть) на 5 частей, одинаковыхъ по формѣ и по величинѣ.



95. Считайте разложенныя здѣсь 22 спички и выбрасывайте каждый разъ 7-ю спичку; при этомъ вы должны начать счетъ съ такой спички, чтобы пришлось выбросить всѣ спички кромѣ той, которая лежитъ отдѣльно.





96. Сложите изъ спичекъ фигуру, нарисованную здѣсь справа, и отнимите 5 спичекъ такъ, чтобы осталось 5 треугольниковъ.

97. Положите 8 спичекъ въ рядъ и, перекладывая одну спичку черезъ двѣ, составьте (въ 4 пріема) 4 группы, по 2 спички въ каждой.

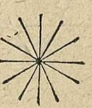
1 2 3 4 5 6 7 8

98. Петя и Ваня имѣютъ передъ собой на столѣ 30 спичекъ и играютъ слѣдующимъ образомъ: они берутъ поочередно по нѣскольку (но не болѣе 6) спичекъ, и выигрываетъ тотъ, кто возьметъ спички послѣдній. Ваня всегда начинаетъ игру. Какъ онъ долженъ играть, чтобы всегда выигрывать?

99. Составить изъ 18 спичекъ шесть равныхъ четыреугольниковъ и одинъ (въ 2 раза меньшій) треугольникъ.

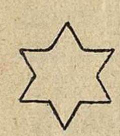
100. Положите и поднимите 15 спичекъ при помощи одной спички, не касаясь рукой до поднимаемыхъ спичекъ.

101. Переложить у этой 12-конечной звѣзды 4 спички такъ, чтобы получился 4-конечный георгіевскій крестъ.



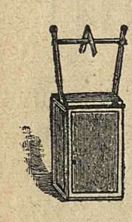
102. Въ полученномъ крестѣ переложить 8 спичекъ такъ, чтобы получился крестъ, состоящій изъ 4 крестовъ.

103. Во вновь полученномъ крестѣ переложить 8 спичекъ такъ, чтобы получилось 4 квадрата.



104. Переложить въ помѣщенной здѣсь звѣздѣ 6 спичекъ такъ, чтобы получилось 3 равныхъ и одинаково расположенныхъ четыреугольника.

105. Коробка содержитъ нѣсколько спичекъ. Если разложить ихъ въ ряды по 3 спички въ каждый, то останется 1 спичка; если въ каждый рядъ положить по 4 спички, то останется 2 спички; если положить по 5, то останется 3 и если, наконецъ, положить по 6 спичекъ въ рядъ, то останется 4 спички. Сколько спичекъ въ коробкѣ?

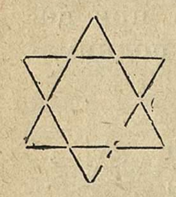


106. Вставьте по бокамъ коробки двѣ спички, какъ показано, а между ними помѣстите 3-ю спичку, на которую надѣньте надломленную половинку спички. Скажите, какая (правая или лѣвая) спичка скорѣе загорится, если зажечь надломленную спичку?

107. Поднимите 3 спички съ помощью одной, не прикасаясь рукой къ поднимаемымъ спичкамъ.

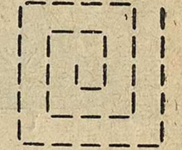
108. Въ памятникѣ, составленномъ изъ 12 спичекъ, требуется переложить 5 спичекъ такъ, чтобы получилось 3 квадрата.



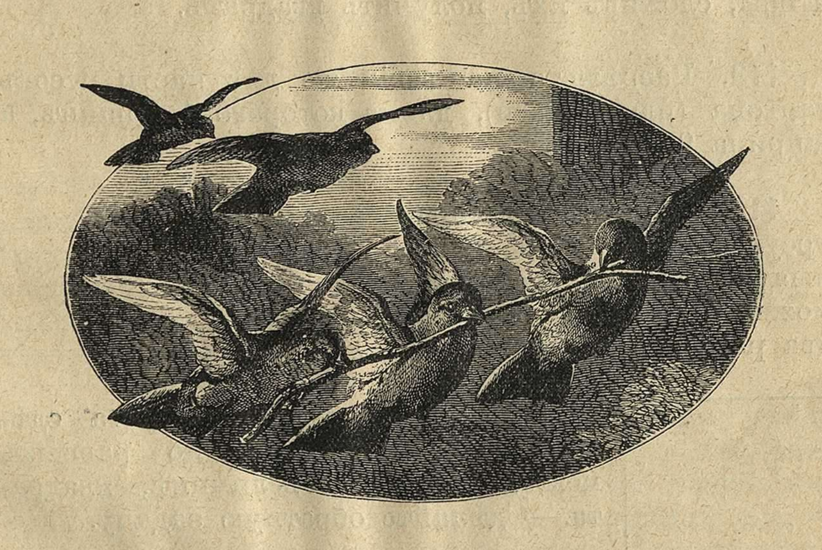


109. Переложить 6 спичекъ такъ, чтобы получилось 6 равныхъ, симметрично (одинаково) расположенныхъ четыреугольниковъ.

110. Въ помѣщенной здѣсь фигурѣ, составленной изъ 35 спичекъ, переложить 4 спички такъ, чтобы получилось три (неравныхъ) квадрата.



111. Въ помѣщенной здѣсь зигзагообразной фигурѣ, составленной изъ 24 спичекъ, переложить 8 спичекъ такъ чтобы получилось 2 (неравныхъ) квадрата.





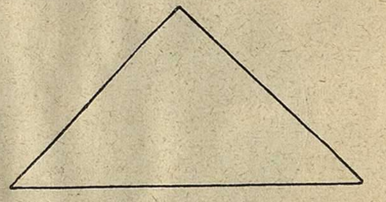
IX.

Разрѣзываніе и перекладываніе фигуръ.

112. Кусокъ картона (или бумаги), имѣющій форму прямоугольника, длина котораго 9 вершковъ, а ширина 4 вершка, разрѣжьте на 2 равныя части такъ, чтобы, сложивъ ихъ, получить квадратъ.

113. Разрѣжьте на такія же двѣ части кусокъ картона (или бумаги), длина котораго 1 аршинъ, а ширина 9 вершковъ.

114. Разрѣзать данный треугольникъ на 3 неравныя части, изъ которыхъ можно бы было составить два равныхъ квадрата.

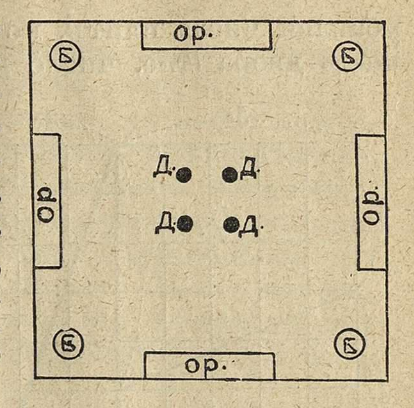


115. Изъ даннаго квадрата сдѣлайте два меньшихъ, но равныхъ между собою по величинѣ, квадрата.—Сдѣлайте обратную задачу.

116. Тотъ же квадратъ разрѣжьте на 4 части такъ, чтобы каждая часть прикасалась къ 3 остальнымъ частямъ.

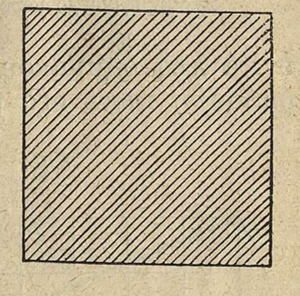
117. Четыре сына послѣ смерти своего отца получили въ наслѣдство садъ, имѣющій форму квадрата. Посреди сада росли 4 дерева (д), у каждой изъ 4-хъ садовыхъ загородокъ находилось по оранжереѣ

(*ор.*), а въ каждомъ изъ угловъ сада стояло по бесѣдкѣ (*б*). Братья раздѣлили свой садъ на 4 равныя (и по формѣ и по величинѣ) части и притомъ такъ, что въ каждой изъ нихъ оказались: и дерево, и оранжерея, и бесѣдка. Какъ братья провели границы въ саду своихъ владѣній?



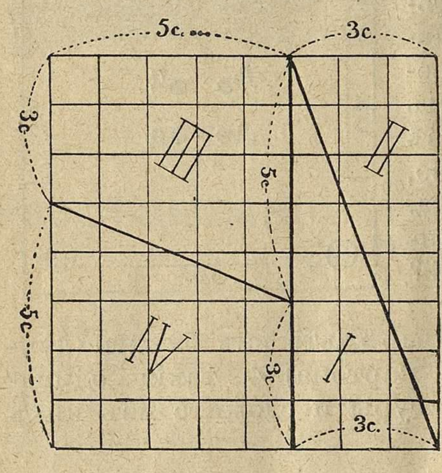
118. Вырѣжьте изъ бумаги (лучше изъ картона) 4 такія одинаковыя фигуры и сложите изъ нихъ крестъ.

119. Данный квадратъ разрѣжьте на 5 частей: 4 равныхъ треугольника и 1 квадратъ и потомъ сложите изъ треугольниковъ 2 квадрата, площадь которыхъ равна площади полученнаго (послѣ разрѣзанія) квадрата.

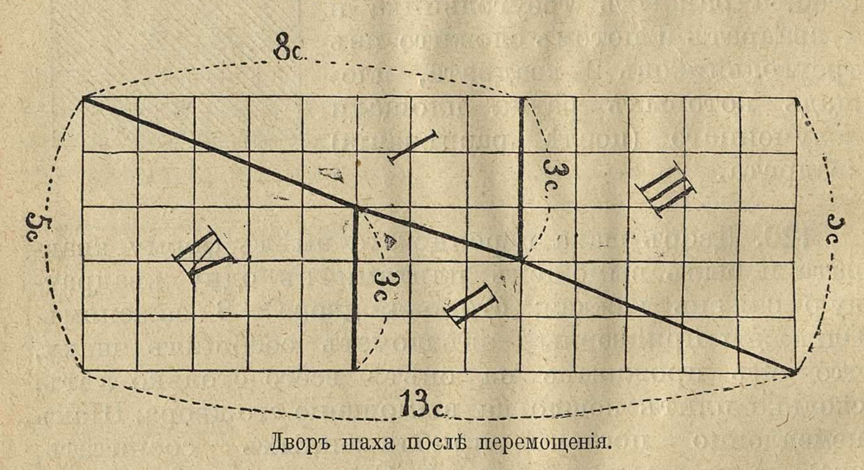


120. Дворъ шаха персидскаго имѣлъ форму квадрата и былъ вымощенъ плитами въ одну квадратную сажень каждая; сторона двора = 8 саженямъ. Однажды придворный звѣздочетъ сообщилъ шаху, что онъ проживетъ на свѣтѣ всего столько лѣтъ, сколько плитъ пошло на вымощеніе его двора. Шахъ немедленно послалъ приближенныхъ сосчитать, сколько плитъ на его дворѣ. Оказалось, разумѣется, что дворъ имѣетъ 64 квадратныхъ сажени (8×8), т.-е. 64 плиты. А шаху уже шелъ 60-й годъ! Не желая скоро умирать, шахъ объявилъ по всему государству, что выдастъ громадную награду тому, кто возьмется *перемостить* его дворъ, не прибавляя и не

убавляя числа плитъ, но притомъ такъ, чтобы площадь двора (т.-е. число квадратныхъ саженей) стала больше. У всѣхъ математиковъ персидскаго государства закипѣла живая работа; и вотъ черезъ день къ шаху является одинъ персъ и проситъ позволенія перемостить дворъ, обѣщая выполнить поставленныя условія. И онъ это сдѣлалъ слѣдующимъ образомъ: дворъ шаха онъ раздѣлилъ линіями на 4 части, а именно: на двѣ одинаковыя трапеціи (III и IV) и на два одинаковыхъ треугольника (I и II). Затѣмъ рабочіе, подъ его руководствомъ, эти части перемѣ-



Дворъ шаха до перемощенія.



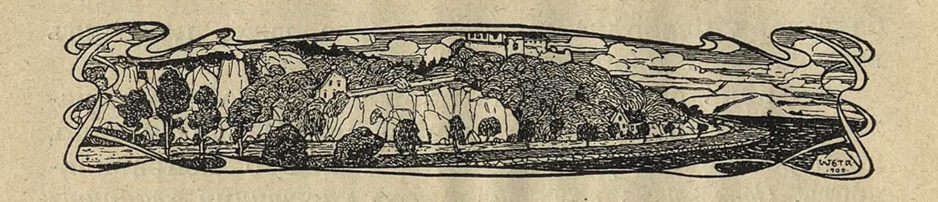
Дворъ шаха послѣ перемощенія.

стили такъ, какъ показано на 2 чертежѣ, и, благодаря такому перемощенію, дворъ принялъ форму прямоугольника; длина его, какъ видно, 13 саж. (8 с. + 5 с.), а ширина 5 саж.; стало-быть, площадь перемощеннаго двора равна 13×5, т.-е. 65 квадр. саж. Итакъ,

благодаря изобрѣтательности перса, шахъ получилъ возможность прожить не 64, а 65 лѣтъ.

Но вѣдь одна и та же площадь не можетъ выражаться двумя различными числами. Слѣдовательно, въ перемощенiи двора кроется какая-то неправильность. *Совѣтуемъ вамъ разрѣзать картонный квадратъ такъ же, какъ дѣлалъ это персъ, и перемѣстить ихъ на столѣ вышеуказаннымъ образомъ. Быть-можетъ, вамъ удастся тогда обнаружить ту неправильность, которая была допущена при перемощенiи двора шаха персидскаго.*





X.

Огромныя числа *).

Въ VI отдѣлѣ этой книги вы познакомились съ такими рядами чиселъ, въ которыхъ каждое число *больше* предыдущаго *на одно и то же число*.

Посмотрите теперь на слѣдующій рядъ чиселъ:

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768 и т. д.

Этотъ рядъ совершенно другого рода и замѣчателенъ тѣмъ, что въ немъ каждое число (кромѣ перваго) *вдвое больше* предыдущаго.

Если вы сравните два такихъ ряда:

1-й: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 (здѣсь каждое число *на 2* единицы больше предыдущаго).

2-й: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768 (здѣсь каждое число *вдвое* больше предыдущаго),

то вы замѣтите, что во 2-мъ ряду числа увеличиваются *гораздо быстрѣе*, чѣмъ въ 1-мъ; напр.: 8-ое число 2 ряда 384, а 8-ое число 1 ряда—только 17.

При помощи такихъ рядовъ, какъ 2-й, иногда приходится рѣшать интересные вопросы, и при этомъ часто получаются такіе результаты, какихъ вы, быть-можетъ, и не ожидаете!

---

*) По поводу очень большихъ чиселъ можно указать слѣдующее: въ XIV вѣкѣ итальянцы ввели новое слово *millione*, которымъ обозначалась 1000 тысячъ, т.-е. милліонъ. Къ тому же времени относится появленіе такихъ словъ, какъ *билліонъ* (1000 милліоновъ), *трилліонъ* (1000 билліоновъ) и т. д. Въ первый разъ они появляются, какъ указываютъ историки, въ сочиненіи французскаго ученаго *Николая Шюкэ*, который, не останавливаясь на *tryllion'ѣ*, идетъ дальше и употребляетъ названія: *quadrallion*, *quyllion*, *sixlion*, *septyllion*, *octyllion* и т. д. Впослѣдствіи эти новыя слова изъ Франціи распространились и въ другія страны (Англія, Германія), но во всеобщее употребленіе они вошли только въ XVIII вѣкѣ. Если вы желаете прочесть одно изъ тѣхъ огромныхъ чиселъ, которыя вамъ встрѣтятся ниже, то можете пользоваться приведенными здѣсь названіями.

Ниже вы найдете нѣсколько любопытныхъ разсказовъ, въ которыхъ встрѣтитесь съ такими большими числами, что, пожалуй, и прочесть-то ихъ не сумѣете! Но это не бѣда.

1. Догадливый индусъ *).

Одной изъ трудныхъ, но вмѣстѣ съ тѣмъ остроумныхъ и интересныхъ игръ уже давно считается игра въ шахматы. Трудно сказать, кто изобрѣлъ эту игру, такъ какъ она существуетъ уже не одну тысячу лѣтъ. По этому поводу у индусовъ есть старинная легенда.

Когда-то очень давно жилъ на свѣтѣ индусскій царь. Все ему въ жизни удавалось, всего у него было вдоволь, народъ его жилъ счастливо, но странное дѣло: съ нѣкотораго времени придворные стали замѣчать, что ихъ государь тоскуетъ. Чтобы развлечь царя, каждый изъ нихъ старался придумать какое-нибудь средство, но ничто не помогало. Царь скучалъ и тосковалъ попрежнему.

Однажды къ царю приходитъ индусъ и проситъ позволенія показать новую, выдуманную имъ игру. Царь нехотя согласился. Игра оказалась настолько интересной и такъ понравилась государю, что онъ въ восторгѣ воскликнулъ:

— Если твоя голова могла выдумать такую игру, то, значитъ, она заслужила величайшей награды! Поэтому проси у меня, чего хочешь!

— Великій государь,—отвѣчалъ индусъ,—я многаго не хочу: повели твоимъ царедворцамъ положить одно зерно пшеницы на первую клѣтку моей шахматной доски, два зерна на 2-ю клѣтку, 4 зерна—на 3-ю и т. д., увеличивая вдвое число зеренъ до тѣхъ поръ, пока не дойдутъ до 64-й клѣтки.

---

*) Индусы—народъ, жившій задолго до Р. Х. и отличавшійся большимъ пристрастіемъ къ математическимъ занятіямъ, особенно къ различнымъ дѣйствіямъ надъ числами.

— Немного же ты просишь,—сказалъ царь, усмѣхнувшись при мысли, насколько простъ и наивенъ былъ бѣдный индусъ.

Но всемогущій повелитель индусовъ былъ, очевидно, не силенъ въ математикѣ!

Когда, по приказанію царя, приступили къ исполненію желанія индуса, то скоро убѣдились, что это невыполнимая задача.

Дѣло въ томъ, что число зеренъ, которое потребовалъ индусъ, есть сумма 64-хъ чиселъ, стоящихъ въ ряду:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192 и т. д.

Здѣсь помѣщены только 14 чиселъ, сумма которыхъ представляетъ собою только то число зеренъ, которое должно быть положено лишь на 14 клѣтокъ доски; остальныя же 50 клѣтокъ еще должны быть заполнены! А между тѣмъ вы только посмотрите, какъ быстро растутъ эти числа, и тогда вы поймете, съ какими громадными числами пришлось бы имѣть тутъ дѣло.

Придворные математики, добавляетъ легенда, занялись вычисленіемъ того числа зеренъ пшеницы, которое пришлось бы выдать индусу. Оказалось, что если бы было возможно засѣять пшеницей *всю* поверхность земного шара и собирать урожай отъ такого посѣва ежегодно въ теченіе 8 лѣтъ, то и тогда не хватило бы пшеницы для того, чтобы исполнить безумное требованіе индуса.

Вотъ это число: 18446744073709551615 зеренъ. Въ немъ 20 цифръ!

Разсказывая такія легенды, индусы, какъ большіе любители математики, очевидно, старались возбудить такую же любовь къ этой наукѣ и въ другихъ людяхъ и для этого придавали своему разсказу такую занимательную и интересную форму.

---

2. Богачъ и бѣднякъ.

Въ огромномъ красивомъ домѣ жилъ очень богатый человѣкъ. Кругомъ себя онъ видѣлъ много бѣдныхъ людей, но не считалъ нужнымъ хотя бы немного облегчить ихъ жалкое существованіе.

Провѣдалъ про этого богача одинъ умный бѣднякъ, который зналъ, вѣроятно, разсказанную выше легенду, и рѣшилъ попытать свое счастье.

Онъ отправился въ домъ богача и объяснилъ слугѣ, что пришелъ къ хозяину по очень важному дѣлу. Бѣдняка повели въ роскошныя комнаты, гдѣ онъ встрѣтилъ и самого хозяина.

— Что угодно? — сухо спросилъ тотъ, подозрительно оглядывая бѣднаго человѣка.

— Я слышалъ, — отвѣчалъ бѣднякъ, — что вамъ нуженъ конторщикъ. Я хорошо знаю эту работу и согласился бы исполнять ее за дешевую плату.

— А сколько вы желаете? — спросилъ богачъ.

— Совсѣмъ пустяки: заплатите мнѣ за 1-й день работы $^1/_4$ коп., за 2-й день — $^1/_2$ коп., за 3-й день — 1 коп., и такъ какъ я увѣренъ, что вы будете довольны моей работой, то пусть плата за каждый слѣдующій день идетъ, увеличиваясь вдвое до тѣхъ поръ, пока не пройдетъ мѣсяцъ.

Богачъ, несмотря на свою скупость, былъ очень удивленъ скромными требованіями молодого человѣка и рѣшилъ, что имѣть такого служащаго — дѣло весьма выгодное.

— Хорошо, я согласенъ. Съ завтрашняго дня вы можете приняться за работу. Отправляйтесь въ контору и подпишите условія, на которыхъ вы поступили ко мнѣ на службу.

Прошла недѣля. Хозяинъ только руки потираетъ отъ удовольствія.

Еще бы! Новый конторщикъ работаетъ чуть не цѣлый день, а платить ему приходится какіе-то гроши: напримѣръ, послѣдній разъ (за 7-й день работы) онъ получилъ съ своего хозяина всего 16 копеекъ!

Но богачу недолго пришлось такъ торжествовать. Скоро кошелекъ его сталъ пустѣть быстрѣе, чѣмъ онъ ожидалъ. Заработанная конторщикомъ плата, по условію, должна вѣдь съ каждымъ днемъ увеличиваться вдвое. И вотъ уже по прошествіи полмѣсяца, т.-е. въ 15-й день службы, богачъ убѣдился, что конторщику приходится заплатить *за одинъ этотъ день* 40 руб. 96 коп.!

Съ каждымъ днемъ хозяинъ убѣждался, что бѣднякъ его перехитрилъ, но платить приходилось столько, сколько слѣдовало по условію.

Когда мѣсяцъ прошелъ, и конторщикъ подсчиталъ, сколько онъ заработалъ, то оказалось, что его мѣсячное жалованье составило солидный капиталъ въ 2.684.354 руб. $55^3/_4$ коп.!

Когда этотъ счетъ представили хозяину, то послѣдній былъ страшно пораженъ; а торжествующій конторщикъ сказалъ ему: Съ васъ, хозяинъ, мнѣ слѣдовало бы получить 2.684.354 р. $55^3/_4$ коп., но я съ удовольствіемъ уступлю вамъ для круглаго счета эти $55^3/_4$ коп. и удовлетворюсь остальной суммой *).

3. Превращенія копейки.

Чтобы понять то, что будетъ здѣсь разсказано, надо замѣтить слѣдующее:

Извѣстно, что банкъ за помѣщенный въ него капиталъ платитъ владѣльцу капитала *проценты* ($^0/_0$), т.-е. прибыль на этотъ капиталъ. Если капиталъ 5000 руб. отданъ по $5^0/_0$, то это значитъ, что *на каждую сотню рублей по прошествіи одного года наростаетъ 5 руб. прибыли.* Слѣдовательно, на весь капиталъ 5000 руб. (въ которомъ 50 сотенъ) получится (5×50) руб. $= 250$ руб. прибыли. Итакъ, въ нашемъ примѣрѣ каждые 100 руб. черезъ годъ превращаются въ 105 руб. Если эту годовую прибыль (5 руб.) не брать изъ банка, то въ теченіе слѣдующаго года

*) Сравнить этотъ разсказъ съ зад. № 80.

прибыль будетъ насчитываться уже не на каждую сотню, а на каждые 105 руб. Въ такомъ случаѣ, проценты называются *сложными*.

Интересно то, что когда число лѣтъ значительно, то приростъ капитала, отданнаго на сложные проценты, дѣлается невѣроятно большимъ.

Вообразите, напримѣръ, такой случай.

Мы живемъ теперь въ XX вѣкѣ. Если бы кто-нибудь изъ самыхъ далекихъ нашихъ предковъ, жившихъ ровно 1000 лѣтъ тому назадъ, вздумалъ бы помѣстить *одну* копейку по 5% (сложныхъ), то оказалось бы, что теперь эта копейка превратилась бы въ огромный капиталъ. Чтобы судить о величинѣ этой суммы, представьте себѣ *милліардъ шаровъ изъ чистаго золота, величиною каждый съ земной шаръ*. Стоимость ихъ и есть эта сумма.

Возьмемъ другой, болѣе вѣроятный случай. Если бы во времена Іоанна Грознаго, напримѣръ, въ 1532 г., т.-е. 378 лѣтъ тому назадъ, кто-нибудь догадался для вашего пользованія помѣстить *копейку* по 5%, то теперь вы были бы обладателемъ цѣлаго *милліона* рублей.

Изъ этихъ примѣровъ видно, какъ невѣроятно сильно можетъ увеличиться капиталъ, отданный на сложные проценты.

4. Китайскія церемоніи.

Дѣло было въ одномъ изъ китайскихъ городовъ.

Богатый мѣстный сановникъ устроилъ званый обѣдъ, на который были приглашены не только знатнѣйшіе мандарины, но и нѣкоторые изъ европейцевъ, жившихъ въ этомъ городѣ.

Столъ былъ приготовленъ на 12 персонъ (по числу приглашенныхъ) и обильно уставленъ всевозможными изысканными китайскими кушаньями.

Когда хозяинъ пригласилъ своихъ гостей садиться за столъ, то произошло нѣкоторое замѣшательство. Дѣло въ томъ, что нигдѣ не придается такого большого значенія различнымъ церемоніямъ и размѣще-

нію гостей за столомъ, какъ у китайцевъ; благодаря этому среди присутствовавшихъ начался вѣжливый споръ о мѣстахъ, и такъ какъ каждый изъ китайскихъ сановниковъ не желалъ уступить другому въ вѣжливости и знакомствѣ съ обязательными приличіями, то эти пререканія грозили затянуться надолго, а это весьма пугало успѣвшихъ уже проголодаться европейцевъ.

Желая положить конецъ нескончаемымъ спорамъ, гостепріимный хозяинъ сказалъ:

— Господа, я предлагаю всѣмъ попробовать размѣститься за столомъ нѣсколько разъ различнымъ образомъ, и когда испытаемъ *всѣ* возможные способы размѣщенія, то тогда уже намъ будетъ легче выбрать изъ нихъ какой-нибудь одинъ.

Предложеніе было принято, и гости стали разсаживаться за столомъ и затѣмъ мѣняться другъ съ другомъ мѣстами.

Изъ всего этого получилась невообразимая толкотня и путаница, а время все уходило!

Среди приглашенныхъ на этотъ обѣдъ европейцевъ находился одинъ, который особенно выказывалъ нетерпѣніе и недовольство по поводу происходившаго передъ его глазами. Это былъ профессоръ математики одного изъ французскихъ университетовъ.

Такъ какъ пересаживанія между присутствовавшими все продолжались, и гости находили все новые и новые способы размѣщенія, то профессоръ, наконецъ, не выдержалъ и сказалъ:

— Милѣйшій и гостепріимнѣйшій хозяинъ и мои добрые друзья! Послѣдуйте моему искреннему совѣту, который я имѣю право вамъ дать, такъ какъ обладаю нѣкоторыми математическими познаніями. Давайте, сядемъ за столъ такъ, какъ придется, и прежде всего удовлетворимъ настоятельныя требованія нашихъ желудковъ, а тѣмъ временемъ я постараюсь доказать вамъ, что выполнить предложеніе нашего любезнаго хозяина *не садясь за обѣдъ*,—дѣло весьма *рискованное* для каждаго изъ насъ!

Присутствующіе согласились, и обѣдъ начался при большомъ оживленіи, которое объяснялось съ одной стороны хорошимъ аппетитомъ всѣхъ гостей, а съ другой—обѣщаніемъ профессора.

Когда обѣдъ подходилъ къ концу и уже подали десертъ, профессоръ обратился къ присутствующимъ съ вопросомъ:

— Не можетъ ли кто-нибудь изъ васъ, господа, сказать мнѣ, хотя бы приблизительно, сколько времени понадобилось бы намъ, чтобы совершить всѣ пересаживанія, при условіи, что на каждое наше перемѣщеніе мы тратили бы *только одну секунду*?

Общество было удивлено вопросомъ и молчало.

— Если бы мы,—продолжалъ профессоръ,—твердо рѣшили довести это занятіе до конца и занимались бы имъ непрерывно и день и ночь, то всѣ эти прекрасныя и вкусныя кушанья, которыя мы видѣли на столѣ, не только остыли бы и засохли, но и успѣли бы совершенно истлѣть, а мы бы давно погибли отъ голода и истощенія. Дѣло въ томъ, что мы могли бы размѣщаться за столомъ посредствомъ 479001600 способовъ, и каждое изъ этихъ размѣщеній чѣмъ-нибудь да отличалось бы отъ другого. Итакъ, господа, поймите, что мы были бы обречены на это занятіе въ теченіе 479001600 секундъ, а это составляетъ не болѣе, не менѣе, какъ 15 лѣтъ и 2 мѣсяца слишкомъ.

Профессоръ умолкъ, а пораженные такимъ сообщеніемъ присутствующіе недовѣрчиво молчали.

— Какъ же такъ?—спросилъ, наконецъ, хозяинъ,— на-дняхъ у меня обѣдали трое моихъ друзей, и мы съ успѣхомъ и очень быстро успѣли продѣлать всѣ возможныя пересаживанія?

— Въ томъ-то и дѣло,—отвѣчалъ профессоръ,— что *четверо* могутъ размѣститься лишь 24-мя различными способами, и, слѣдовательно, на это потребуется меньше полминуты. Если же вы хотите знать, какимъ образомъ я узналъ это, то потрудитесь *перемножать всѣ послѣдовательныя* *) *числа отъ*

---

*) *Послѣдовательными* называются числа, которыя идутъ, увеличиваясь *на единицу*; напр., 5, 6, 7, 8, 9 и т. д.

1 *до того числа, сколько человѣкъ сидитъ за столомъ,* т.-е. если бы насъ было четверо, то число пересаживаній было бы:

$$1.\ 2.\ 3.\ 4 = 24;$$

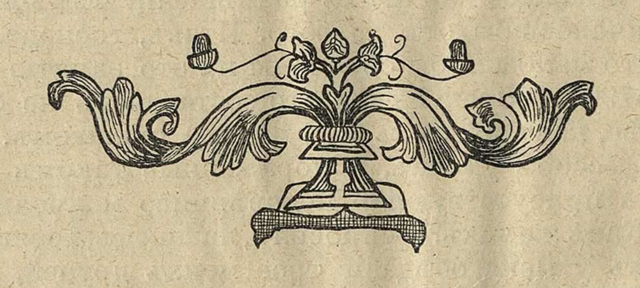
Если же обѣдало бы семь человѣкъ, то имъ пришлось пересаживаться уже:

$$1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7 = 5040 \text{ разъ.}$$

Вы видите, господа, какъ неимовѣрно быстро растетъ это число пересадокъ по мѣрѣ прибавленія числа гостей.

Гости поняли, въ чемъ дѣло, и были весьма благодарны профессору за разъясненіе, которое, какъ они потомъ шутили, спасло ихъ отъ голодной смерти.

Для этого ознакомленія съ этимъ вопросомъ мы предлагаемъ читателямъ составить таблицу такихъ перемѣщеній для 2, 3, 4, 5, и т. д. до 12 лицъ.





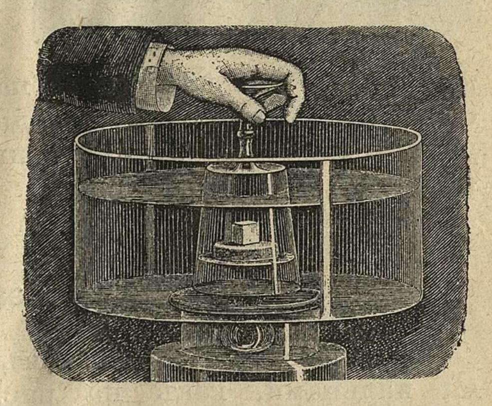
Приложенiе.

XI.

Научныя забавы.

1. Какъ вынуть изъ воды сахаръ сухимъ?

Налейте воды въ большой стеклянный сосудъ, установленный на подставкѣ, чтобъ всѣмъ было видно (на рисункѣ стеклянный колоколъ, какимъ покрываютъ на вокзалахъ, въ магазинахъ сыръ и проч., уставленъ на банкѣ отъ варенья).



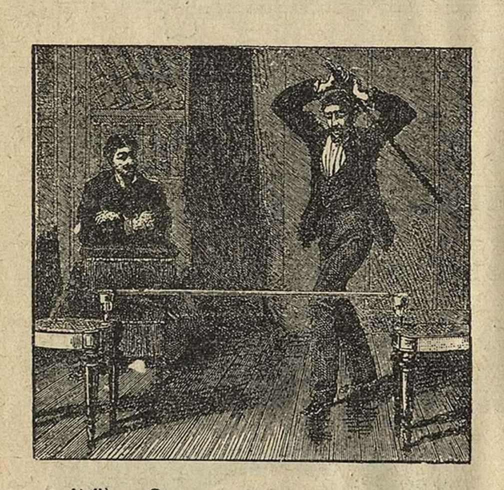
На поверхность воды положите большую пробку (отъ горчичной банки), а на нее кусокъ сахару. Пробка съ сахаромъ осторожно прикрывается стаканомъ (на рис. бокалъ), и стаканъ погружается въ воду. Сахаръ окажется ниже поверхности воды, но не намокнетъ.

Когда будете поднимать стаканъ, то дѣлайте это съ особенной осторожностью, чтобы пробка съ кускомъ сахара не перевернулась.

Объясненіе. Вода не входитъ въ стаканъ благодаря *непроницаемости воздуха*, который сожмется до извѣстной степени и не пуститъ воду въ стаканъ.

2. Какъ сломать палку, лежащую на двухъ рюмкахъ.

Воткните въ концы палки по иголкѣ и положите вашу палку такъ, чтобы она опиралась иголками на двѣ рюмки, стоящія, какъ показано на рисункѣ, на стульяхъ. Послѣ этого, взявши другую палку, но потолще и тяжелѣе той, которая лежитъ на рюмкахъ, размахнитесь и сильно и смѣло ударьте по лежащей палкѣ. Вы увидите, что палка переломится, а рюмки останутся цѣлы.



Объясненіе. Такой фокусъ объясняется *инерціей* *). Отъ сильнаго удара палка ломается такъ быстро, что движеніе, происшедшее отъ этого удара, не успѣваетъ передаться къ концамъ палки, а, слѣдовательно, и къ рюмкамъ.

3. Трудная задача.

Возьмите въ руку стаканъ и *въ ту же руку* (двумя пальцами, какъ на рис.) два куска сахару. Теперь, подбросивши вверхъ одинъ кусокъ, постарайтесь поймать его въ стаканъ. Это вамъ при извѣстной ловкости, вѣроятно, удастся. Но задача не въ томъ! Подбросьте такъ же (дѣйствуя лишь

---

*) Если предметъ движется въ какомъ-нибудь направленіи, то надо употребить усиліе, чтобы остановить его или измѣнить направленіе движенія. Если предметъ находится въ покоѣ, то для того, чтобы заставить его двигаться, надо тоже употребить усиліе. Стремленіе всякаго предмета или вѣчно двигаться или вѣчно оставаться въ покоѣ называется *инерціей*.

одной рукой) второй кусокъ и поймайте его въ стаканъ такъ, чтобы первый оттуда не выпалъ.

Это, какъ вы увидите, уже гораздо труднѣе, и вамъ придется, можетъ-быть, повторить опытъ много разъ, чтобы добиться желаемаго результата.

Объясненіе. Трудность задачи, какъ вы сами убѣдитесь, состоитъ въ томъ, что при подбрасываніи второго куска изъ стакана выскакиваетъ первый. Это объясняется *инерціей*: движеніе вашей руки передается и тому куску, который находится въ стаканѣ; когда же рука со стаканомъ останавливается для того, чтобы ловить подброшенный кусокъ, то другой кусокъ еще продолжаетъ (благодаря инерціи) свое движеніе и вылетаетъ изъ стакана.

Чтобы удачно сдѣлать то, что требуется въ задачѣ, второй кусокъ *не слѣдуетъ подбрасывать вверхъ*, а надо, выпустивъ его изъ пальцевъ, быстро *опустить* стаканъ внизъ и поймать кусокъ *тогда, когда онъ падаетъ*.

4. Вашъ товарищъ—въ затруднительномъ положеніи.

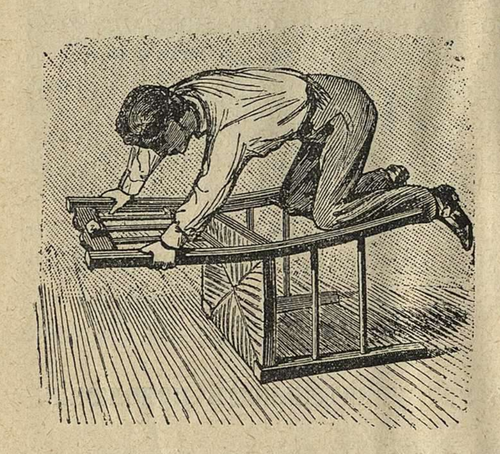
Предложите вашему товарищу встать бокомъ къ стѣнѣ такъ, чтобы ступня его *лѣвой* ноги касалась стѣны и попросите его поднять *правую* ногу, не отнимая отъ стѣны другой ноги. Вы увидите, что вашъ пріятель будетъ всячески стараться выполнить требуемое, будетъ принимать удивительныя позы и дѣлать уморительныя движенія, но — увы! — исполнить вашу просьбу, не рискуя упасть, онъ не въ состояніи.

Объясненіе. Для того, чтобы предметъ не падалъ, его надо подпереть въ такой точкѣ, которая называется *центромъ тяжести*. Пока центръ тяжести находится *на одной отвѣсной линіи съ точкой опоры*, и притомъ выше ея, то предметъ не упадетъ. Когда

же вы поднимаете правую ногу, то вамъ приходится опираться только на ступню одной лѣвой ноги и вы нагибаете ваше тѣло влѣво для того, чтобы центръ тяжести вашего тѣла пришелся какъ разъ надъ точками опоры. Если же стать бокомъ къ стѣнѣ, то нагнуться-то и некуда! Вамъ мѣшаетъ стѣна, и потому вы рискуете упасть.

5. Положенiе вашего товарища—еще хуже.

Вашъ товарищъ раздосадованъ неудачей! Чтобы утѣшить его, обѣщайте ему дать вкусную конфету, но при условiи, если онъ достанетъ ее самъ и при этомъ прямо ртомъ. Для этого онъ долженъ занять на стулѣ положенiе мальчика, изображеннаго здѣсь на рисункѣ, а конфета должна быть положена на спинку стула. По мѣрѣ того, какъ вашъ товарищъ будетъ наклоняться впередъ (и внизъ), центръ тяжести его тѣла будетъ передвигаться тоже впередъ, и наступитъ такой моментъ, что стулъ наклонится и упадетъ, а конфета скатится на полъ.



(См. предыдущее объясненiе.)

6. Зажгите свѣчку!

Переверните пустую бутылку вверхъ дномъ, поставьте ее на полъ и постарайтесь на нее усѣсться, протянувши обѣ ноги впередъ и положивши при этомъ одну ногу на другую. Чтобы сохранить въ

такомъ положенiи равновѣсiе, вамъ придется отвести руки въ разныя стороны и балансировать ими. Теперь попросите кого-нибудь дать вамъ въ одну руку подсвѣчникъ съ горящей свѣчой, а въ другую такой же подсвѣчникъ съ незажженной свѣчой. Ваша задача состоитъ только въ томъ, чтобы, сидя указаннымъ образомъ на бутылкѣ, зажечь и вторую свѣчку.

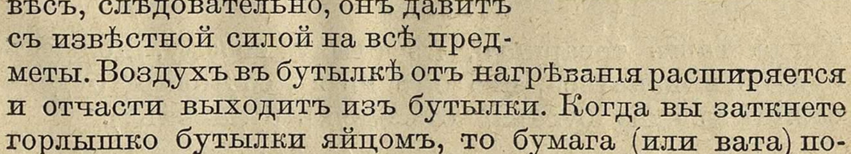
Если вы смѣло примитесь за выполненiе такой задачи, то легко можете насмѣшить зрителей, кувырнувшись вмѣстѣ съ бутылкой и подсвѣчниками на полъ.

(См. объясненiе къ № 4.)

7. Яйцо, влѣзающее въ бутылку.

Это занимательный фокусъ, который вы легко можете продѣлать передъ нѣсколькими зрителями. Бросьте въ пустую бутылку кусокъ зажженной бумаги, а если бутылка съ толстыми стѣнками, то лучше опустить туда вату, намоченную въ древесномъ спиртѣ, которую потомъ можно зажечь съ помощью маленькой свѣчки на проволокѣ. Черезъ нѣсколько секундъ горѣнiя заткните горлышко бутылки очищеннымъ отъ скорлупы яйцомъ, свареннымъ „въ крутую“. Яйцо начнетъ постепенно втягиваться въ бутылку и, наконецъ, упадетъ на дно съ сильнымъ шумомъ.

Объясненiе. Воздухъ имѣетъ вѣсъ, слѣдовательно, онъ давитъ съ извѣстной силой на всѣ предметы. Воздухъ въ бутылкѣ отъ нагрѣванiя расширяется и отчасти выходитъ изъ бутылки. Когда вы заткнете горлышко бутылки яйцомъ, то бумага (или вата) по-



тухнетъ, а воздухъ въ бутылкѣ начнетъ охлаждаться, при этомъ довольно сильно сожмется и займетъ меньшее пространство, чѣмъ онъ занималъ раньше. Наружный же воздухъ продолжаетъ давить на яйцо съ прежней силой. Вотъ *этимъ-то давленіемъ наружнаго воздуха яйцо и проталкивается въ бутылку.* Вслѣдъ за яйцомъ въ бутылку входитъ и часть наружнаго воздуха, чѣмъ и объясняется тотъ шумъ, который вы слышите въ концѣ этого опыта.

8. Одинъ или два?

Скажите кому-нибудь изъ своихъ товарищей, что онъ не умѣетъ считать даже до двухъ, а если онъ начнетъ спорить, то предложите ему слѣдующее: сѣсть на стулъ съ закрытыми глазами и позволить прикасаться къ его шеѣ одной или двумя булавками.



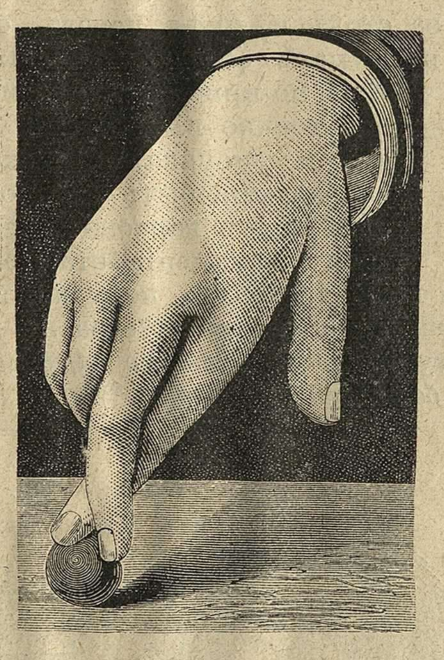
Разстояніе одной отъ другой—полвершка.

Тогда вашъ товарищъ, къ стыду своему, долженъ будетъ признаться, что онъ не въ состояніи будетъ отличить одну булавку отъ двухъ булавокъ*).

*) *Объясненіе* см. въ концѣ отдѣла „Отвѣты и рѣшенія“.

9. Сколько шариковъ?

То же самое вы можете произвести еще болѣе простымъ образомъ: предложите тому же товарищу, сложивъ два пальца такъ, какъ показано на рисункѣ, прикоснуться съ закрытыми глазами къ ка-



кому-нибудь шарику (или палочкѣ, карандашу и т. д.) и опредѣлить число предметовъ, ощущаемыхъ рукою. Лучше всего, если шарикъ (или карандашъ) будетъ поднесенъ къ пальцамъ вашего товарища *не имъ самимъ, а вами*. Тогда вы увидите, что отвѣтъ будетъ невѣренъ *).

10. Игра въ „100"

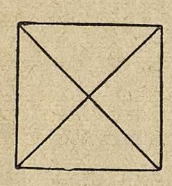
Два мальчика выдумали такую игру: они поочередно произносили произвольныя числа (но не больше, однако, 10). Эти числа прикладывались одно къ другому, и побѣдителемъ считался тотъ изъ нихъ,

*) *Объясненіе* см. въ концѣ отд. „Отвѣты и рѣшенія".

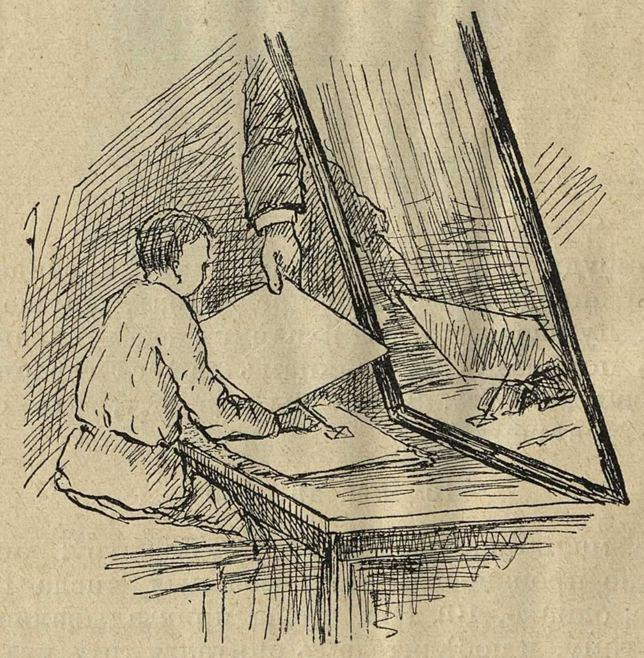
кто *первымъ* произносилъ число *сто*. Поставьте себя на мѣсто одного изъ мальчиковъ и сдѣлайте такъ, чтобы всегда оставаться побѣдителемъ?*)

11. Задача, легкая на первый взглядъ.

Сядьте за столъ и, имѣя передъ собою зеркало, начертите на бумагѣ фигуру, изображенную здѣсь



слѣва; но при этомъ вы имѣете право видѣть только въ зеркалѣ отраженіе бумаги и рисунка, такъ какъ пишущая рука должна быть загорожена отъ вашихъ глазъ картонной папкой. Къ великому изумленію, эта, повидимому, легкая задача вамъ не только не удастся сразу, но и послѣ многихъ попытокъ вы едва ли начертите желаемую фигуру. *Попробуйте, но заранѣе совѣтуемъ вооружиться большимъ терпѣніемъ* *).



*) *Объясненіе* см. въ концѣ отд. „Отвѣты и рѣшенія“.



Рѣшенія и отвѣты.

1. У пяти палокъ, конечно, 10 концовъ; у $5^1/_2$ палокъ—12 концовъ; у $6^1/_4$ палокъ—14 концовъ.

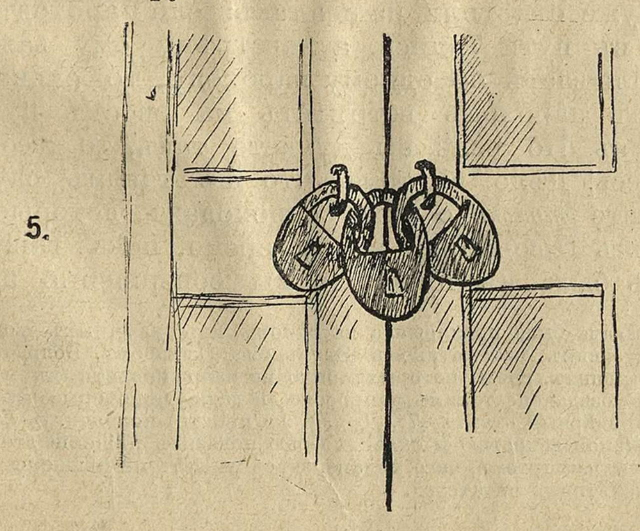
2. a) 100.

b) 3 рубля; 50 к.

3. Лошадь съ длиннымъ хвостомъ съѣстъ, очевидно, больше, такъ какъ она имѣетъ возможность отгонять мухъ и оводовъ, мѣшающихъ лошадямъ утолять ихъ голодъ.

4. Кругъ слѣдуетъ очертить мѣломъ по своему собственному платью; тогда исполнить требуемое легко, такъ какъ вы получите возможность ходить, куда вамъ угодно, оставаясь все время въ очерченномъ вами кругѣ.

5.



6. Изобразивъ число 9 римскими цифрами (IX) и раздѣливъ это изображеніе черточкой (—) на двѣ по возможности равныя части, вы получите въ верхней части изображеніе числа 4 (IV).

7. Раздѣлите изображеніе числа 1888 черточкой (—) на двѣ равныя части, и вы получите $\left(\frac{1000}{1000}\right)$ требуемое.

8. Для исполненія воли завѣщателя монастырь долженъ служить обѣдни *черезъ годъ*: въ 1-й годъ по смерти богача *не служить* вовсе, а во 2-й годъ отслужить одну обѣдню; въ теченіе 3-года опять не служить обѣдни, а въ 4-й годъ снова отслужить одну обѣдню и т. д. Тогда число обѣденъ, отслуженныхъ монастыремъ, будетъ вдвое меньше числа лѣтъ, которое суждено просуществовать монастырю. Возможно, что число обѣденъ окажется на 1 больше или меньше половины этого числа лѣтъ. *(Подумайте, при какомъ условіи это можетъ случиться?)*

9. Задача съ перваго взгляда можетъ показаться вамъ совершенно простой и понятной*), и вы, быть-можетъ, уже отвѣтили на нее такъ: если пароходъ находится въ пути 7 дней, а навстрѣчу ему каждый день отплываетъ по одному пароходу, то очевидно, что нашъ пароходъ встрѣтитъ на своемъ пути 7 пароходовъ. Но если вы думаете такъ, то жестоко ошибаетесь! Дѣло въ томъ, что въ такомъ случаѣ вы думаете *только* о тѣхъ пароходахъ, которые отплыли изъ Нью-Йорка за то время, пока гаврскій пароходъ былъ въ пути. Но вы совершенно забы-

*) Эта задача была предложена на одномъ изъ научныхъ конгрессовъ французскимъ математикомъ Эдуардомъ Лукасомъ. Большинство присутствовавшихъ, среди которыхъ было не мало извѣстныхъ математиковъ, было озадачено такимъ вопросомъ, и даже нѣкоторые изъ нихъ дали прямо невѣрный отвѣтъ „7". Другіе же просто молчали. Э. Лукасъ съ замѣчательной ясностью и очевидностью показалъ рѣшеніе этого вопроса *графическимъ* путемъ, чего, однако, здѣсь мы дать не рѣшаемся, имѣя въ виду малолѣтнихъ читателей.

ваете о тѣхъ пароходахъ, которые *уже были въ дорогѣ*, пока еще нашъ пароходъ не отплывалъ изъ Гавра. Напримѣръ, вы забыли о пароходахъ, отправившихся изъ Нью-Йорка: въ воскресенье (6 іюля), въ субботу (5 іюля), въ пятницу (4 іюля) и т. д. Всѣ эти пароходы *также* попадутся навстрѣчу тому, который вышелъ изъ Гавра въ понедѣльникъ (7 іюля). Примите во вниманіе это обстоятельство, и вы увидите, что всѣхъ встрѣчъ будетъ не 7, а 15 (считая тотъ пароходъ, который отправляется изъ Нью-Йорка *въ моментъ* прибытія туда нашего парохода).

10. $3.3.3+3+\frac{3}{3}$; $33-3+\frac{3}{3}$; $33-\frac{3+3}{3}$ *).

11. Въ 9 минутъ, такъ какъ работа оканчивается послѣ того, какъ отпиленъ 9-ый кусокъ.

12. Совѣтъ, данный каждому изъ американцевъ, былъ слѣдующій: „Помѣняйтесь лошадьми съ вашимъ товарищемъ". Въ такомъ случаѣ становится вполнѣ понятнымъ, что каждый изъ наѣздниковъ *гналъ* изо всей силы *чужую* лошадь (на которой онъ ѣхалъ), желая, чтобы его собственная лошадь (на которой ѣхалъ его противникъ) отстала какъ можно больше. Такимъ образомъ одна изъ лошадей и выиграла это странное пари.

13. У мужика первоначально было 8 коп.; послѣ 5-го перехода черезъ мостъ у него должно оказаться также 8 коп., т.-е. отъ сдѣлки онъ не выигралъ, не проигралъ. (При рѣшеніи задачи слѣдуетъ помнить, что *увеличить какое-нибудь число въ полтора раза все равно, что прибавить къ этому числу его половину.*)

---

*) Съ введеніемъ въ ариѳметику понятія *о степени* число рѣшеній для этой задачи пополняется (напр.: $3^3+\frac{3}{3}+3$); съ введеніемъ различныхъ системъ счисленія, а также и символовъ, употребляющихся въ элементарной и высшей математикѣ (напр.: $\sqrt{\ }$, lg, *sin*, *cos*, $\triangle$, $\int$ и т. д.), это число рѣшеній становится безконечно разнообразно.

14. Дѣло въ томъ, что торговки забыли одно: сложивъ яблоки двухъ сортовъ (а значитъ, и разныхъ цѣнъ) вмѣстѣ и продавая ихъ сообща, онѣ продавали яблоки уже по *другой* цѣнѣ, чѣмъ прежде. Въ самомъ дѣлѣ: каждое яблоко 1-й торговки стоило $^1/_2$ коп., а яблоко 2-й торговки стоило $^1/_3$ коп.; когда же онѣ стали продавать яблоки сообща (5 яблокъ за 2 коп.), то каждое яблоко шло за $^2/_5$ коп., а не за $^1/_2$ коп. и не за $^1/_3$ коп. Благодаря этому обстоятельству онѣ и не довыручили одной копейки.

15. Сначала торговцы рѣшили продавать свои апельсины по 4 к. за каждыя 7 штукъ. Такимъ образомъ:

1-й торговецъ продалъ $7 \times 7 = 49$ шт. и выручилъ 35 к.
2-й „ „ $7 \times 4 = 28$ шт. и выручилъ 20 к.
3-й „ „ $7 \times 1 = 7$ шт. и выручилъ 5 к.
Послѣ этого у 1-го осталось 1 шт., у 2-го—2 шт., у 3-го—3 шт. эти оставшіяся апельсины они рѣшили продать по 15 коп. за штуку. Слѣдовательно:

1-й выручилъ 15 коп., а всего: $15+35=50$ к., 2-й выручилъ 30 к., а всего $20+30=50$ коп., 3-й выручилъ 45 коп., а всего: $45+5=50$ коп.

16. Три яблока разрѣзать на половинки; получится 6 половинокъ; а каждое изъ остальныхъ двухъ яблокъ разрѣзать на 3 равныя части; такихъ (третьихъ) частей будетъ тоже 6; слѣд., каждый мальчикъ долженъ получить половинку яблока и еще третью часть яблока.

17. Дѣду—74 года и 9 мѣсяцевъ; отцу—38 лѣтъ и 6 мѣсяцевъ; сыну—18 лѣтъ и 8 мѣсяцевъ.

18. Такъ какъ охотникъ съѣлъ третью часть всего обѣда и уплатилъ за это 50 коп., то весь обѣдъ, т.-е. всѣ 5 кушаній, стоятъ 1 руб. 50 коп. (50×3); слѣдовательно, одно кушанье стоитъ 30 коп. (1 р. 50 к. : 5); пастухъ, имѣвшій 3 кушанья, которыя стоили 90 к., самъ съѣлъ на 50 коп., а 40 коп. долженъ получить съ охотника; пастухъ, у котораго было два кушанья, стоившія 60 коп., самъ съѣлъ на 50 коп., а 10 коп. ему приходится получить съ охотника.

19. Кринку молока, имѣвшуюся у одного изъ арабовъ, можно замѣнить 36-ю финиками; а одинъ хлѣбъ другого араба—48-ю финиками (такъ какъ 4 кринки молока или 144 финика стоятъ столько же, сколько 3 хлѣба). Прибавивши сюда 6 финиковъ 3-го араба, мы видимъ, что какъ будто у всѣхъ было 90 фин., т.-е. на долю каждаго пришлось бы по 30 финиковъ; стало-быть, 1-й арабъ долженъ дополучить за 6 финиковъ (т.-е. 36—30), а 2-й арабъ—за 18 фин. (48—30); иначе говоря, 2-й арабъ получитъ втрое больше (18, 6), чѣмъ 1-й; слѣдовательно, 1-й арабъ возьметъ 5 монетъ, а 2-й арабъ—15 монетъ.

20. Крестьяне переливали вино съ помощью двухъ пустыхъ боченковъ слѣдующимъ образомъ:

	Въ 8-ведерн.	Въ 5-вед.	Въ 3-вед.
До переливанія.	8	0	0
Послѣ 1-го переливанія . .	3	5	0
„ 2-го „ . .	3	2	3
„ 3-го „ . .	6	2	0
„ 4-го „ . .	6	0	2
„ 5-го „ . .	1	5	2
„ 6-го „ . .	1	4	3
„ 7-го „ . .	4	4	0

Такимъ образомъ послѣ 7-го переливанія крестьяне могутъ взять себѣ по 4 ведра вина. Можно избрать и другой способъ переливанія (въ 8 пріемовъ).

21. Каждый изъ сыновей долженъ получить по 7 боченковъ. Все же вино можно представить себѣ такъ: 7 полныхъ боченковъ = 14 полуполныхъ боч. и 7 полуполныхъ боченковъ; всего 21 полуполн. боч.; слѣдовательно, каждый изъ сыновей долженъ получить по 7 полуполныхъ боченковъ. Это можно сдѣлать, не переливая вино изъ одного боченка въ другой, слѣдующимъ образомъ:

	Полн. боч.	Полуполн. боч.	Пуст. боч.
1-й сынъ	2	3	2
2-й „	2	3	2
3-й „	3	1	3

22. Сынъ разсуждалъ такъ: такъ какъ головъ 25, то всѣхъ гусей и поросятъ 25 штукъ. Если бы на дворѣ гуляли только одни гуси (т.-е. 25 гусей), то у нихъ было бы 50 ногъ; на самомъ же дѣлѣ ногъ у всѣхъ животныхъ 70; слѣдовательно, эти лишнія 20 ногъ принадлежатъ гулявшимъ на дворѣ поросятамъ, изъ которыхъ *каждый* имѣетъ *двѣ* лишнихъ ноги сравнительно съ однимъ гусемъ. Значитъ, сколько разъ излишекъ ногъ у одного поросенка (т.-е. 2) содержится въ излишкѣ ногъ у всѣхъ поросятъ (т.-е. 20), столько и было на дворѣ поросятъ, т.-е. 10 поросятъ и, стало-быть, 15 гусей (25—10).

23. Хозяйка поступила такъ:

	8-фунт. горшокъ.	3-фунт. горшокъ.	5-фунт. горшокъ.
Первоначально.	8	3	0
1-е перекладываніе	8	0	3
2-е перекладываніе	6	0	5

(т.-е. 5-фунт. горшокъ *дополненъ* масломъ изъ 8-фунт. горшка, въ которомъ и остается требуемое количество масла).

24. Крестьяне, чтобы добиться желаемаго, должны пересыпать овесъ (съ помощью имѣющихся у нихъ мѣшковъ) семь разъ слѣдующимъ образомъ:

	Мѣшокъ въ 10 мѣръ.	Мѣшокъ въ 7 мѣръ.	Мѣшокъ въ 3 мѣры.
Первоначально	10	0	0
1-е пересыпаніе . . .	7	0	3
2-е	7	3	0
3-е	4	3	3
4-е	4	6	0
5-е	1	6	3
6-е	1	7	2
7-е	8	0	2
9-е	5	2	3
10-е	5	5	0

Послѣ десятаго пересыпанія, въ двухъ мѣшкахъ окажется по пяти мѣръ овса.

25. Первый разъ каждый мальчикъ и каждая дѣвочка получили отъ учителя по 9 орѣховъ; слѣд., какъ мальчиковъ, такъ и дѣвочекъ въ школѣ было 26 чел. (234:9); отсюда общее число учащихся 52 чел. (26×2), а потому во 2-й разъ учитель долженъ былъ принести 312 орѣховъ (т. к. $6\times52=312$).

26. Мальчиковъ 5, а дѣвочекъ 8.

27. Вышина нижняго яруса 28 арш., а вышина верхняго—12 аршинъ.

28. Дорога тянется лѣсомъ на 125 саж.

29. Всѣхъ гостей было 12 человѣкъ.

30. 4 брата и 3 сестры.

31. Къ концу *первыхъ* сутокъ гусеница поднимется, очевидно, на 1 ф.; къ концу *вторыхъ* сутокъ — еще на 1 ф., т.-е. всего на 2 фута; къ концу 3-хъ сут.— на 3 ф., къ концу 4-хъ сут. — на 4 ф. и т. д., къ концу 8-хъ сут. — *на 8 фут.* Далѣе, съ 6 час. утра до 6 час. вечера (9-хъ сутокъ) гусеница всползетъ еще на 4 фут., т.-е. ($8+4=12$) на 12 фут., и достигнетъ вершины дерева. Стало-быть, это произойдетъ на девятыя сутки, т.-е. *въ понедѣльникъ на слѣдующей недѣлѣ, въ 6 час. вечера.*

32. Искомое число 35.

33. Дѣло въ томъ, что, когда большое колесо сдѣлаетъ одинъ оборотъ, маленькое колесо, дѣйствительно должно пройти такое же разстояніе *СД*, какъ и *АБ*, но разстояніе *СД* не представляетъ собою окружности малаго колеса потому, что оно пришло въ точку *Д*, *не только катясь* по рельсу, *но и скользя* по нему, и, слѣдовательно, обернувшись одинъ разъ, прошло путь большій, чѣмъ длина окружности малаго колеса.

34. 40 лѣтъ.

35. Такъ какъ въ цѣломъ классѣ $\frac{4}{4}$, въ половинѣ класса—$\frac{2}{4}$ числа учениковъ, то смыслъ сказаннаго учителемъ таковъ: $(\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4})$ всего числа учениковъ въ классѣ составляютъ 99 учениковъ (т.-е. 100—1). Слѣдовательно $\frac{11}{4}$ искомаго числа есть 99 уч.; отсюда $\frac{1}{4}$ искомаго числа $=$ 9 уч., а $\frac{4}{4}$ искомаго числа, т.-е. само искомое число$=9.4=36$ учениковъ.

36. Встрѣча произошла въ 1 часъ 20 мин. пополудни.

37. У торговки было всего *семь* цыплятъ. 1-я кухарка взяла $3^1/_2$ цыпл.$+^1/_2$ цыпл., т.-е. 4 цыпл. Осталось 3 цыпленка. 2-я кухарка взяла $1^1/_2$ цыпл.$+^1/_2$ цыпл., т.-е. два цыпл. Остался 1 цыпленокъ. 3-я кухарка взяла $^1/_2$ ц.$+^1/_2$ цыпл., т.-е. всего этого цыпленка.

38. Длина бульвара $=56\frac{3}{4}$ арш. $+43\frac{3}{4}$ арш. $=$ $=100\frac{1}{2}$ арш.; число насчитанныхъ деревьевъ $35+33=$ $=68$; но такъ какъ одну и ту же липу считали два раза, то на разстояніи $100\frac{1}{2}$ арш. находится 67 липъ; слѣдовательно, разстояніе между двумя сосѣдними липами равно $100\frac{1}{2}:67=1^1/_2$ арш.

39. Иванъ имѣлъ 38 рублей, а Петръ $50\frac{2}{3}$ рубля.

40. Заблуждался самъ завѣщатель: отказывая въ своемъ завѣщаніи сыновьямъ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ часть всего стада, онъ упустилъ изъ виду, что эти доли стада не составятъ цѣлой единицы, т.-е. всего стада. Дѣйствительно, $\frac{1}{2}$, или $\frac{10}{20}$, всего стада долженъ получить 1-й братъ, $^1/_4$ всего стада, или $^5/_{20}$, получитъ 2-й братъ, $^1/_5$ всего стада, или $^4/_{20}$, получитъ 3-й братъ. Слѣдовательно, всѣ 3 брата получатъ 19 двадцатыхъ всего стада; одной двадцатой части, какъ видно, не хватаетъ. Это и понялъ мулла и приказалъ добавить

къ стаду одного верблюда, т.-е. недостающую часть стада.

41. Всего было сварено картофеля 81 штука. Изъ оставшихся старшій братъ, конечно, не получитъ ничего, средній братъ долженъ получить 9 штукъ, а младшій 15 штукъ.

42. 4380 несчастныхъ случаевъ въ годъ; 480 арестовъ въ сутки.

43. Всѣ черви, съѣдаемые птичкой въ теченіе дня, вѣсятъ 42 золотника, т.-е. *вдвое* больше, чѣмъ вѣситъ сама птичка.

44. 3 сажени и 5 футовъ.

45. Сыну—21 годъ, а отцу—42 года.

46. Ягоды должны быть не дороже 16 коп. за фунтъ.

47. Младшему—4 года, среднему—7 лѣтъ, а старшему—13 лѣтъ.

48. Искомое число—4.

49. Поставьте между данными числами *запятую*, и вы получите число 2,3 (два цѣлыхъ и 3 десятыхъ доли), которое меньше 3, но больше 2.

50. Путь отъ Камчатки до Аляски пароходъ дѣлаетъ въ 16 часовъ; слѣдовательно, въ 1 часъ онъ проходитъ $^1/_{16}$ разстоянія между Камчаткой и Аляской. Скорость же парусника составляетъ $^4/_5$ этого разстоянія, т.-е. $\frac{1}{16} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{20}$. Пароходъ шелъ въ теченіе 8 часовъ до остановки, продолжавшейся 2 часа;

стало-быть онъ, возобновилъ свое движеніе по прошествіи 10 часовъ; а парусникъ вышелъ на 6 час. позднѣе; поэтому, когда пароходъ, прошедшій $^1/_2$ всего разстоянія, снова двинулся въ путь, парусникъ успѣлъ пройти $\frac{1}{20} \times 4 = \frac{1}{5}$ всего разстоянія; слѣдовательно, ихъ отдѣляетъ: $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ всего пути. При новой же скорости парохода ($^1/_{32}$) парусникъ за каждый часъ приближается къ пароходу на $\frac{1}{20} - \frac{1}{32} = \frac{3}{160}$; слѣд., онъ догонитъ пароходъ черезъ: $\frac{3}{10} : \frac{3}{160} = 16$ часовъ. Замѣтьте, что въ теченіе этихъ 16 часовъ пароходъ пройдетъ $\frac{1}{32} \times 16 = \frac{1}{2}$ пути, т.-е. прибудетъ въ гавань Аляски, гдѣ и произойдетъ встрѣча (черезъ $10 + 16 = 26$ часовъ послѣ отплытія парохода изъ Камчатки). Иными словами, эта встрѣча произойдетъ *въ понедѣльникъ, въ 3 часа дня*. — *Замѣчаніе.* Часовая скорость парохода (25 верстъ), данная въ задачѣ, какъ видите,—условіе *совершенно излишнее* и введено только для усложненія задачи. Даже больше того: это число—25 верстъ—*несообразно* съ дѣйствительностью, такъ какъ при такой скорости разстояніе между Камчаткой и Аляской оказалось бы равнымъ 400 верстъ (25×16); *на самомъ же дѣлѣ оно гораздо больше.* Итакъ, скорость парохода въ этой задачѣ значенія не имѣетъ, и *съ измѣненіемъ ея отвѣтъ на вопросъ не измѣняется.*

51. Задача рѣшается гораздо проще, чѣмъ это можетъ показаться съ перваго взгляда. Каждый часъ велосипедисты приближались другъ къ другу на ($50,7 + 49,5$) верстъ, т.-е. на 100,2 верстъ; слѣдовательно, ихъ встрѣча произойдетъ черезъ (33066:100,2) часъ, т.-е. черезъ 3,3 часа. Такъ какъ муха вылетѣла одновременно съ велосипедистами и летала до ихъ встрѣчи, то ясно, что она летала въ продолженіе 3,3 час.,

пролетая каждый часъ по 100 верстъ. Всего она пролетѣла (100, 3,3) вер., т.-е. 330 верстъ.

52. Крестьянинъ въ теченіе часа можетъ приблизиться къ идущему впереди пѣшеходу на ($6\ ^1/_2 - 4^1/_4$), т.-е. $2^1/_4$ верст. Слѣдовательно, встрѣча обоихъ путниковъ произойдетъ черезъ$\left(9 : 2\frac{1}{4}\right)$, т.-е. 4 часа послѣ момента отправленія. Собака за эти 4 часа пробѣжитъ (15×4), т.-е. 60 верстъ, и это разстояніе, очевидно, совершенно не зависитъ отъ того, кому изъ путниковъ принадлежитъ собака.

53. Охотникъ безусловно заблуждался. Попробуемъ сложить пути, пробѣгаемые зайцемъ, т.-е. 10 саж., 2 саж., $^1/_{10}$ саж., $^1/_{100}$ саж., $^1/_{1000}$ саж. и т. д.; отъ этого сложенія мы получимъ: 11,11111..., т.-е. $11\ \frac{1}{9}$ саж. [1]). Разумѣется, собака, пробѣжавъ это разстояніе, поравняется съ зайцемъ, а затѣмъ оставитъ его за собою.

54. Чтобы выйти изъ такого затруднительнаго положенія надо переправляться на тотъ берегъ такъ:

	Первый берегъ.			Второй берегъ.		
1)	А	И	Н [2])	—	—	—
	а	и	н	—	—	—
2)	А	И	Н	—	—	—
	а	—	—	—	и	н

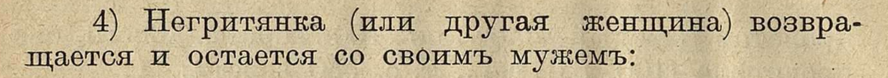
3) Негритянка возвращается и беретъ англичанку:

А	И	Н	—	—	—
—	—	—	а	и	н

---

[1]) Періодическая дробь 11, 111... или 11, (1) обращается въ простую по слѣд. правилу: числителемъ ставятъ періодъ, т.-е. 1, а знаменателемъ цифру 9, написанную столько разъ, сколько цифръ въ періодѣ, т.-е. одинъ разъ.

[2]) Здѣсь мы назвали большими буквами А, И и Н англичанина, индѣйца и негра, а такими же маленькими буквами — ихъ женъ.



4) Негритянка (или другая женщина) возвращается и остается со своимъ мужемъ:

—	—	Н	|	А	И	—
—	—	н	|	а	и	—

5) Англичанинъ возвращается съ женой, а обратно ѣдетъ съ негромъ:

—	—	—	|	А	И	Н
а	—	н	|	—	и	—

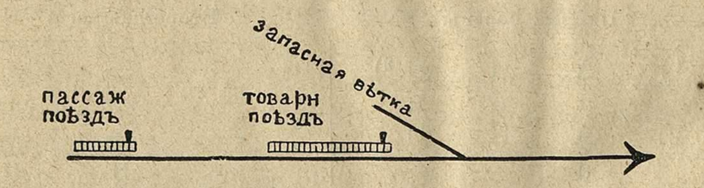
6) Жена индѣйца ѣдетъ назадъ одна и беретъ англичанку:

—	—	—	|	А	И	Н
—	—	н	|	а	и	—

7) Негръ ѣдетъ за своей женой:

—	—	—	|	А	И	Н
—	—	—	|	а	и	н

55. Путь станціи желѣзной дороги представлялъ такой видъ:



По главному пути, въ направленіи, означенномъ стрѣлкой, идетъ впередъ поѣздъ *товарный*, а за нимъ поѣздъ *пассажирскій*, который нужно пропустить впередъ, пользуясь боковой вѣткой, на которой можетъ лишь помѣститься 13 вагоновъ. Нагнавши товарный поѣздъ, пассажирскій остановился. Тогда товарный поѣздъ идетъ по главному пути и переходитъ весь за начало боковой вѣтки; затѣмъ, остановившись, онъ идетъ заднимъ ходомъ на боковую

вѣтку и оставляетъ тамъ 13 вагоновъ; остальные же 13 вагоновъ вмѣстѣ съ паровозомъ проходятъ за начало вѣтки впередъ. Далѣе проходитъ пассажирскій поѣздъ за начало вѣтки; къ послѣднему его вагону около боковой вѣтки прицѣпляютъ оставшіеся на вѣткѣ 13 вагоновъ товарнаго поѣзда, и пассажирскій поѣздъ сводитъ ихъ съ вѣтки впередъ. Потомъ пускаютъ пассажирскій поѣздъ заднимъ ходомъ назадъ по главному пути и оставляютъ тамъ вагоны товарнаго поѣзда. Въ это время другая часть товарнаго поѣзда (съ паровозомъ) идетъ заднимъ ходомъ и становится на вѣтку, открывая свободный путь для пассажирскаго поѣзда. Послѣ того, какъ онъ умчится, товарный поѣздъ (13 вагоновъ съ паровозомъ) выходитъ на главный путь и, прицѣпивъ 13 остававшихся назади вагоновъ, слѣдуетъ за пассажирскимъ поѣздомъ.

56. Поѣзда разъѣхались такъ: одинъ изъ нихъ, напр., идущій справа, предварительно отодвинулся назадъ на такое разстояніе, чтобы путь передъ разъѣздами остался свободнымъ; послѣ этого онъ отцѣпилъ 9 вагоновъ и съ остальными вошелъ въ разъѣздъ справа. Поѣздъ, идущій слѣва, въ полномъ составѣ, проходитъ по разъѣзду слѣва и останавливается, пройдя разъѣздъ; тогда 9 вагоновъ, стоявшіе въ разъѣздѣ справа, проходятъ за разъѣздъ и отходятъ на нѣкоторое разстояніе, чтобы оставить путь около него свободнымъ. Затѣмъ поѣздъ, идущій слѣва и стоящій теперь на линіи около разъѣзда, даетъ задній ходъ и проходитъ обратно на то мѣсто, гдѣ стоялъ сначала. Оставивъ поѣздъ, паровозъ идетъ за оставшимися 9-ю вагонами справа и ставитъ ихъ въ одинъ изъ разъѣздовъ. Послѣ этого, прицѣпивъ свои вагоны, онъ уходитъ по совершенно очищенному пути. Паровозъ же съ 9 вагонами, еще отодвинутый за линію слѣва, даетъ задній ходъ и прицѣпляетъ свои остальные 9 вагоновъ, оставленныхъ въ разъѣздѣ.

57. Быковъ слѣдуетъ разставить такъ: [1])
бббб ччччч бб ч ббб ч б чч бб ччч б чч бб ч. Чтобы запомнить это рѣшеніе, обыкновенно рекомендуется слѣдующее: 1) выучите наизусть фразу: „**Отъ бурь есть защита, спасенье, избавленье намъ!**" 2) запомните гласные звуки русской азбуки: а, е, и, о, у; пусть:

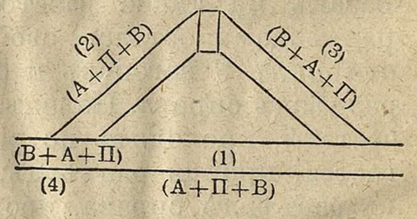
а означаетъ 1	**и** означаетъ 3
е „ 2	**о** „ 4

у означаетъ 5.

Поставьте теперь на мѣсто гласныхъ буквъ вышеприведенной фразы соотвѣтствующія имъ цифры, и вы получите отвѣтъ для задачи въ видѣ ряда цифръ, которыя вамъ укажутъ, въ какомъ количествѣ и порядкѣ надо ставить тѣхъ или другихъ быковъ, начиная съ бурыхъ (б)

58. 1-е полож. $A+$Паровоз.$+B$.
2-е „ $A+$Паровоз.$+B$.

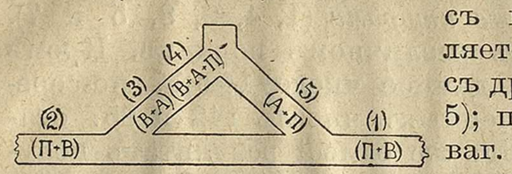
и тутъ вагонъ B проталкивается подъ мостъ, а паровозъ съ ваг. A подъѣзжаетъ къ B съ другой стороны (полож. 3), такъ что теперь: $B+A+П$; въ томъ же положеніи паровозъ переходитъ въ (4). Здѣсь вагонъ B отцѣпляется, а ваг. A съ паровозомъ $(A+П)$ ѣдутъ въ (3), гдѣ ваг. A проталкивается подъ мостъ; паровозъ одинъ ѣдетъ къ ваг. B, беретъ его и отправляется $(B+П)$ къ вагону A, находящемуся теперь въ полож. (2), гдѣ его и прицѣпляютъ къ паровозу.



59. Паровозъ (П) съ вагономъ B (1-е полож.) отправляется по прямой линіи и около запаснаго пути останавливается (2-е полож.); здѣсь на углу запаснаго пути паровозъ прицѣпляетъ къ своему вагону B вагонъ A (полож. 3), а самъ, оставивши вагоны на запасномъ пути, подходитъ къ нимъ съ другой стороны

[1]) Буквой „б" обозначены быки бурой масти, а буквой „ч"—черной масти.

(полож. 4) и двигаетъ оба вагона снова на старое мѣсто (полож. 2), гдѣ и оставляетъ вагонъ *B*; а самъ съ вагономъ *A* отправляется на запасный путь съ другой стороны (полож. 5); послѣ этого, отцѣпивъ ваг. *A*, паровозъ идетъ къ вагону *B* и ставитъ его на требуемое мѣсто. Такимъ образомъ вагоны *A* и *B* помѣнялись мѣстами и паровозъ можетъ стать снова на свое мѣсто.



60. 1) Такъ какъ путешественники передвигаются, какъ на велосипедѣ, такъ и пѣшкомъ оба съ одинаковой скоростью, то можно считать, что имъ пришлось одинъ и тотъ же путь (40 верстъ) сдѣлать два раза: одинъ разъ пѣшкомъ, а другой разъ на велосипедѣ. Отсюда видно, что для того, чтобы путники прибыли домой одновременно, велосипедъ надо оставить на половинѣ дороги, т.-е. въ 20 верстахъ отъ мѣста отправленія. Дѣйствительно: велосипедистъ проѣдетъ 20 в. въ 1 ч. 20 м., а остальныя 20 верстъ онъ пройдетъ пѣшкомъ въ 4 часа; слѣдовательно, онъ будетъ дома въ 5 ч. 20 м. дня; его же спутникъ будетъ итти сначала пѣшкомъ 4 часа, а потомъ 1 ч. 20 м. ѣхать на велосипедѣ, т.-е. пріѣдетъ домой въ то же время. 2) Такъ какъ путь въ 40 в. сдѣланъ въ 5 ч. 20 м., то ясно, что скорость такого передвиженія ($7^1/_2$ в. въ часъ) больше скорости пѣшехода (5 в.).

Эта задача имѣетъ и другія рѣшенія, при чемъ слѣдуетъ замѣтить, что скорость такого передвиженія увеличивается по мѣрѣ того, какъ число пересадокъ становится больше.

61. Первое произведеніе 111111111; изъ него легко получается второе произведеніе (222222222) черезъ умноженіе перваго произведенія на 2 (ибо $18=9\times2$). Третье произведеніе (333333333) получимъ, если 1-е умножимъ на 3 (ибо $27=9\times3$) и т. д.

62. Особенность произведеній, получаемыхъ отъ этого умноженія, состоитъ въ томъ, что результаты изображаются *тѣми же цифрами* (1, 4, 2, 8, 5 и 7), располагающимися въ различномъ порядкѣ. Кромѣ того: если разрѣзать данное число 142857 по-серединѣ, то сумма полученныхъ чиселъ 142 и 857 окажется равной 999. Тотъ же самый результатъ получится, если разрѣзатъ такимъ же образомъ и любое изъ пяти полученныхъ произведеній.

63. Въ остаткахъ отъ каждаго изъ этихъ дѣленій получается непремѣнно единица.

64. Сумма цифръ какъ каждаго изъ двухъ данныхъ чиселъ, такъ и полученной разницы равна 45: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.

65. Если вы сдѣлали нѣсколько упражненій подобнаго рода, то, вѣроятно, вы замѣтили, что *средняя* цифра получаемой разности всегда 9. Послѣднюю цифру вы уже знаете. Первую же цифру разности вы получите, если изъ средней цифры отнимите послѣднюю. (Напр., въ приведенныхъ примѣрахъ мы имѣемъ: 9—6=3; 9—5=4.)

66. Сумма, получаемая отъ указанныхъ дѣйствій, есть *всегда* число 1089. Поэтому вы можете воспользоваться такимъ любопытнымъ свойствомъ этой суммы, напримѣръ, слѣдующимъ образомъ: напишите заранѣе на бумажкѣ число 1089 и положите ее въ конвертъ, который, для большого эффекта, можно даже запечатать: затѣмъ, отдавши этотъ конвертъ своему товарищу, попросите его задумать любое трехзначное число и продѣлать съ нимъ указанныя дѣйствія. Когда онъ это исполнитъ, то попросите вскрыть вашъ конвертъ. Каково же будетъ изумленіе вашего товарища, когда онъ прочтетъ тамъ то самое число, которое онъ получилъ, быть-можетъ послѣ долгихъ стараній!

67. Числа, получающіяся отъ указанныхъ дѣйствій, состоятъ только изъ повторяющейся цифры 1.

68. Числа, получающіяся отъ указанныхъ дѣйствій, состоятъ только изъ повторяющейся цифры 8.

69. Преимущества слѣдующія: 1) не надо запоминать или записывать на сторонѣ (т.-е. держать „въ умѣ") цифру десятковъ каждаго отдѣльнаго произведенія; 2) умноженіе можно производить въ какомъ угодно порядкѣ, заботясь лишь о томъ, чтобы клѣтки были заполнены всѣ и надлежащимъ образомъ. Но этотъ же методъ имѣетъ и тотъ недостатокъ, что много времени тратится на подготовительную работу (т.-е. черченіе квадратиковъ и проведеніе діагоналей), хотя, при нѣкоторомъ навыкѣ и при наличности готовой клѣтчатой бумаги, „мусульманскій" методъ можетъ оправдать свое названіе „способа молніи", какъ называли его индусы.

70. Сумма перваго и послѣдняго числа—21, а всѣхъ чиселъ—20; слѣдовательно, искомая сумма$=$$=(21\times20):2=210$.

71. $(1+100)\times100=10100$; $10100:2=5050$.

72. $4+50=54$; такъ какъ всѣхъ чиселъ 46, то искомая сумма$=(54\times46):2=1242$.

73. $(80\times60):2=2400$.

74. 99.

75. 171.

76. 78 ударовъ.

77. На 300 дюйм. или на 3 саж. 4 фута.

78. 228 верст.

79. Для нечетныхъ номеровъ: $(1+199)\times100=20000$; $20000:2=10000$. Для четныхъ номеровъ: $(2+200)\times$ $\times100=20200$; $20200:2=10100$.

80. Бѣднякъ заплатитъ богачу: $[(1+14)\times14]:2=$ $=105$ р., а богачъ бѣдняку—163 р. 83 к. Итакъ, богачъ не только не получилъ барыша, но самъ долженъ доплатить бѣдняку 58 р. 83 к.

81. 25-е число$=3+(24\times1)=27$.

82. 21-е число$=5+(20\times2)=45$.

83. Окно было открыто 7 часовъ. Въ послѣдній (7-й) часъ число влетѣвшихъ въ комнату комаровъ$=$ $=3+(6\times2)=15$. Слѣдовательно, всего влетѣло: $[(3+$ $+15)\times7]:2=63$ комара.

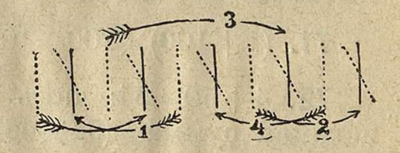
84.

3	8	1
2	4	6
7	0	5

85.

0	19	8	22	11
23	12	1	15	9
16	5	24	13	2
14	3	17	6	20
7	21	10	4	18

87. Спички надо перекладывать въ порядкѣ, указанномъ стрѣлками и стоящими около нихъ цифрами.



88. Спички перекладывать такъ:

2 на 6	9 на 5	11 между 5 и 6
1 на 6	10 на 5	13 на 11
8 на 12	4 между 5 и 6	14 на 11
7 на 12	3 между 5 и 6	15 на 11

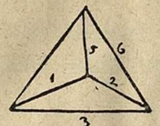
89.

|| | ||
| |
|| | ||

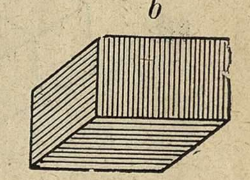
90.

||| ||| || | ||
|
| ||| | | ||

91. Расположите 6 спичекъ такъ, чтобы онѣ образовали треугольную пирамиду, при чемъ 1, 2 и 3

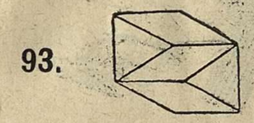


спички должны лежать на столѣ, а 4, 5 и 6 спички должны стоять.

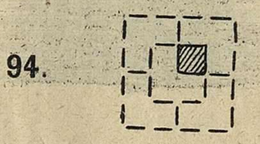


92. Два четыреугольника (*b* и *c*) *стоятъ*, а одинъ (*a*) *лежитъ* на столѣ.

93.

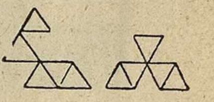


94.



95. Счетъ слѣдуетъ начать съ 16-й спички по направленію сначала внизъ, а потомъ налѣво (т.-е. №№16, 15, 14 и т. д.). Можно начать счетъ и съ 6-й спички.

96. Задачу можно рѣшить двумя способами:



97. Перекладывать спички слѣдуетъ такъ:

5 къ 2	4 къ 1
3 къ 7	6 къ 8

98. Ваня долженъ всегда брать столько спичекъ, чтобы онѣ вмѣстѣ со взятыми имъ и Петей раньше составляли числа: 2, 9, 16 и 23.

Напримѣръ: Ваня беретъ 2 спички; Петя беретъ 4 спички;

Ваня беретъ 3 спички (тогда какъ Петя беретъ 6 спичекъ;

$$2 + 4 = 6;\ \mathbf{9} - 6 = 3);$$

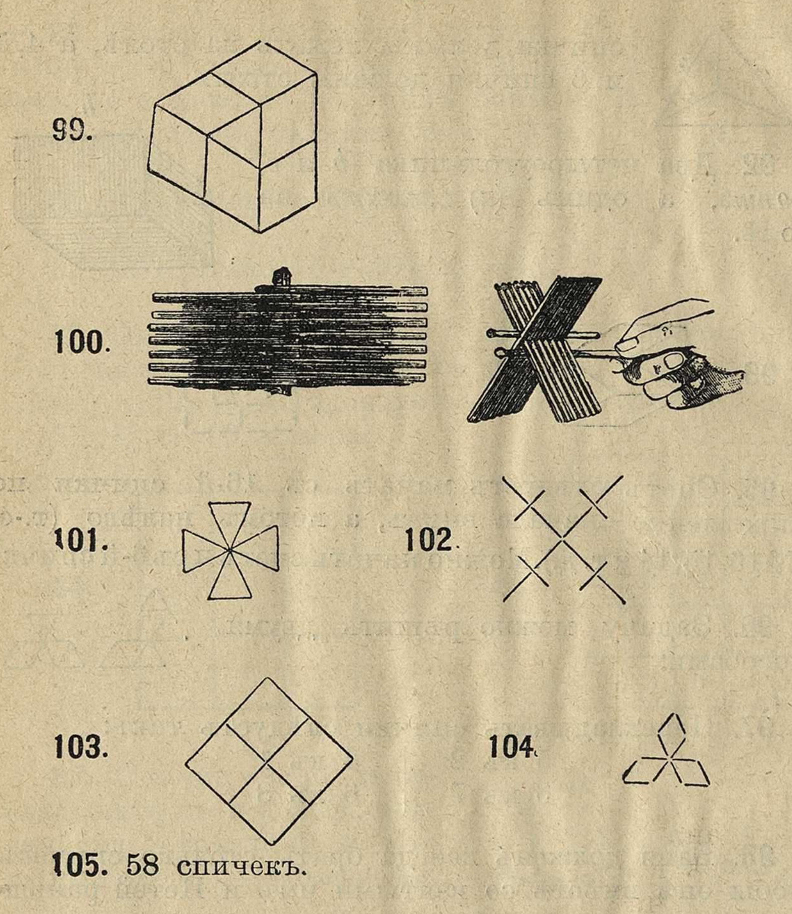
Ваня беретъ 1 спичку (тогда какъ Петя беретъ 5 спичекъ;

$$2 + 4 + 3 + 6 = 15;\ \mathbf{16} - 15 = 1);$$

Ваня беретъ 2 спички (тогда какъ Петя беретъ 6 спичекъ (наибольшее

$$15 + 5 + 1 = 21;\ \mathbf{23} - 21 = 2)\ \text{число}).$$

Ваня беретъ остальныя спички и выигрываетъ.



105. 58 спичекъ.

106. Прежде чѣмъ загорится какая-либо изъ боковыхъ спичекъ, средняя спичка вмѣстѣ съ надломленной взлетитъ на воздухъ.

107. Одна изъ спичекъ на концѣ расщепливается, и въ эту расщелину вставляется другая спичка; обѣ спички подпираются третьей спичкой такъ, чтобы всѣ три спички стояли на столѣ въ видѣ пирамиды. Тогда четвертую спичку (держа ее въ рукѣ) надо просунуть между третьей и первыми двумя и постараться двинуть спички такъ, чтобы верхній конецъ третьей спички попалъ подъ

соединеніе первыхъ двухъ. Тогда можно легко поднять всѣ три спички.

108.

109.

110.

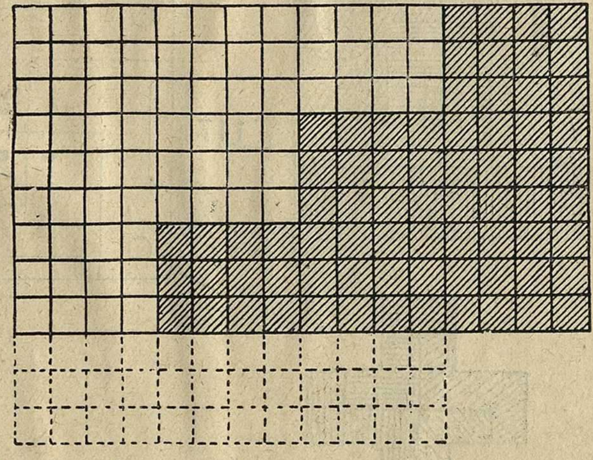
111.

112.

Прямоугольникъ, разрѣзанный на 2 равныя части

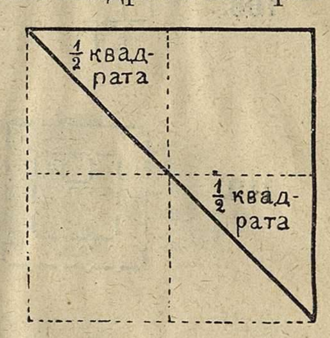
Квадратъ, составленный изъ двухъ равныхъ частей прямоугольника.

113. Стоитъ лишь разрѣзать фигуру на двѣ части

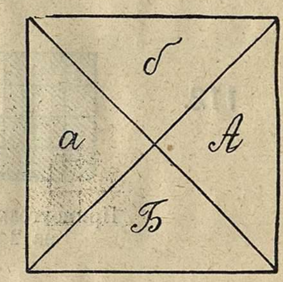


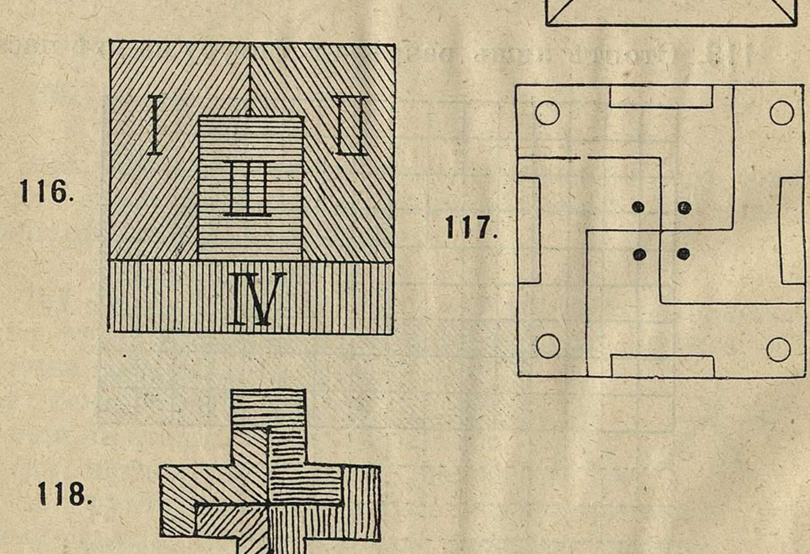
и послѣднюю (темную) изъ нихъ опустить внизъ и подвинуть лѣвѣе (какъ показано пунктиромъ).

114. Къ данному треугольнику приложите такой же треугольникъ снизу (дополнивъ пунктиромъ его съ двухъ угловъ, лежащихъ на одной большой линіи), затѣмъ раздѣлите полученный квадратъ на 4 равныхъ квадратика. Послѣ этого отбросьте приложенный треугольникъ. Тогда вы увидите, что данный треугольникъ раздѣленъ на 3 неравныя части, одна изъ которыхъ квадратъ, а двѣ—по полуквадрату. Приложите $^1/_2$ квадрата къ другой $^1/_2$ квадрата и получите отвѣтъ.

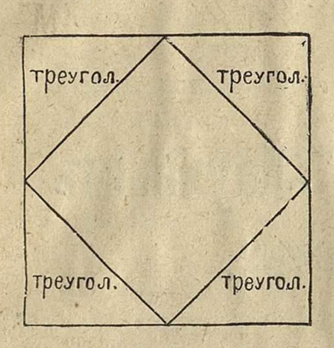


115. Данный квадратъ раздѣлите на 4 равныхъ части, какъ показано здѣсь на рисункѣ, и потомъ приложите часть *а* къ части *А*, а часть *б* — къ части *Б*.





119. Поставьте точки посрединѣ каждой стороны квадрата и соедините эти точки внутри квадрата линіями, тогда получатся 4 равныхъ треугольника и 1 квадратъ. Изъ полученныхъ 4 треугольниковъ легко составить два квадрата, стоитъ лишь соединить каждые два треугольника. Площадь этихъ двухъ квадратовъ будетъ равна площади полученнаго квадрата.



120. Разрѣзавъ картонный квадратъ, изображающій дворъ шаха, и приложивъ одну фигуру къ другой, какъ это дѣлалъ персъ, мы увидимъ, что (приложенныя) стороны этихъ фигуръ не будутъ образовывать прямыхъ линій (будутъ лишь кажущіяся прямыя линіи). Между ними будетъ (послѣ перемощенія) какъ бы *просвѣтъ*, на долю котораго и придется 1 лишняя квадратная сажень.





Объясненія къ „Научнымъ забавамъ“.

Объясненіе къ №8. Ощущеніе укола вы получаете благодаря осязательнымъ нервамъ, оканчивающимся на поверхности тѣла. Тамъ, гдѣ этихъ нервовъ больше (напр., на концахъ пальцевъ, на языкѣ), ваша кожа болѣе чувствительна и ощущеніе въ случаѣ укола пальца одной или двумя булавками будетъ вполнѣ отчетливое. На шеѣ же этихъ нервовъ расположено гораздо меньше, и потому ощущеніе уколовъ, сдѣланныхъ въ шею, передается не такъ ясно. Кромѣ того, здѣсь имѣетъ значеніе еще слѣдующее: *мы привыкли* осязать съ помощью пальцевъ; поэтому ощущенія, идущія отъ концовъ пальцевъ къ нашему мозгу, направляются уже по *хорошо знакомому* пути; когда же приходится осязать кожей шеи (какъ въ данномъ случаѣ), то передача ощущенія происходитъ по *непривычному пути*, а потому и само ощущеніе получается неясное, а часто и просто ошибочное.

Объясненіе къ №9. При скрещенномъ положеніи пальцевъ мы прикасаемся къ шарику *тѣми* сторонами пальцевъ, которыя при обычномъ расположеніи пальцевъ бываютъ обращены въ *разныя* стороны, и прикоснуться къ нимъ въ такомъ случаѣ можно не иначе, какъ двумя шариками. Это-то обстоятельство и порождаетъ обманъ чувства.

Объясненіе къ № 10. Вы выиграете тогда, если постараетесь во время поочереднаго присчитыванія сдѣлать такъ, чтобы вамъ пришлось сказать число 89. А для этого слѣдите за тѣмъ, чтобы вамъ пришлось произносить числа: 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 и, наконецъ, 89. Тогда какое бы число (но не больше 10) ни прибавилъ вашъ товарищъ къ 89, вы имѣете возможность закончить игру торжествующимъ возгласомъ: „сто!"

Объясненіе къ № 11. Если ваша попытка нарисовать фигуру, соблюдая требуемыя условія, не удастся, то воспользуйтесь такимъ совѣтомъ: рисуя фигуру, вы старайтесь *запоминать направленіе* проведенныхъ вами линій и, смотря въ зеркало, не руководитесь тѣмъ, что оно показываетъ вамъ.



ОГЛАВЛЕНІЕ.

Въ книжныхъ магазинахъ  Т-ва И. Д. СЫТИНА

(Москва, Маросейка, соб. домъ)

ПРОДАЮТСЯ СЛѢДУЮЩІЯ НОВЫЯ КНИГИ:

Ив. Сахаровъ. НОВЫЙ АРИѲМЕТИЧЕСКІЙ ЗАДАЧНИКЪ. Для приготовит. классовъ средн.-учебн. заведеній. Ч. I. Ц. 40 к. Для I класса средн.-учебн. завед. Ч. II. Ц. 25 к.

Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. одобрена.

Ив. Сахаровъ (ред.). **НОВЫЙ НАГЛЯДНЫИ РУССКІЙ БУКВАРЬ.** Новый легчайшій методъ обученія. Съ худож. раскрашен. картинами. Около 500 рис. Цѣна 20 коп. **3-е изданіе.**

Ив. Сахаровъ. РОДНОЙ МІРЪ. **1-я послѣ букваря книга для классн. чтенія въ начальн. школахъ. Новый методъ обученія усвоенію прочитаннаго.** Со множ. рисунк. и снимковъ съ карт. извѣстн. художник., съ объясненіями, съ живымъ матеріал. и съ отдѣл. рис. Ц. 35 к. **Уч. Ком. Мин. Нар. Пр. доп. къ классн. употр. 6-е изданіе Т-ва И. Д. Сытина.**

Ив. Сахаровъ. РОДНОЙ МІРЪ. **2-я книга для классн. чтенія** въ нач. школахъ. Съ объяснен., съ рисунк., съ нов. матеріал. и съ богато иллюстрирован. отдѣл. по естествовѣд., а также и съ указат. книгъ для внѣкл. чтенія. 306 стр. Цѣна 65 коп.

Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. допущена. 5-е изданіе Т-ва И. Д. Сытина.

Ив. Сахаровъ. РОДНОЙ МІРЪ. **3—4-я книги для чтенія въ старш. классѣ** городск., земск. и церк.-прих. школъ. Отдѣлы въ книгѣ: 1) Литерат.-художеств. (80 живыхъ разсказовъ). 2) Изъ жизни великихъ людей. 3) Историческій. 4) Географическій. 5) Естественно-историческій. Съ рисунк. и портрет. писателей. Ц. 85 к. **5-е изданіе Т-ва И. Д. Сытина.**

Ив. Сахаровъ и Н. Соколовъ. НОВЫЙ АРИѲМЕТИЧЕСКІЙ ЗАДАЧНИКЪ съ методич. указ. Простыя и типичныя задачи и систематич. числен. примѣры съ объясненіями и рисунками. **Для город., земск. и церк.-прих. школъ.** 1-й годъ обуч. (до 100)—цѣна 15 к., 2-й годъ обуч. (до 1000)—цѣна 15 коп., 3-й годъ обуч.—цѣна 20 коп. **Для приготовительн. класс. гимназій и др. средн.-учебн. заведеній.** Цѣна 40 коп. **10-е изданіе Т-ва И. Д. Сытина.**

НОВЫЯ ГРАММАТИЧЕСКІЯ УПРАЖНЕНІЯ съ матеріаломъ для экспериментальн. списыванія. Методъ нѣмецк. ученаго Лайя. Составл. **„Группой учащихъ въ народн. школахъ“**, подъ редакц. **Ив. П. Сахарова:** а) **Первая ступень правописанія.** часть — для дѣтей въ 1-й годъ обученія. Ц. 20 коп. б) **Этимологическая пропись.** II часть—для дѣтей во 2-й и 3-й годъ обученія. Ц. 40 к. в) **Синтаксическая пропись.** Цѣна 35 коп. г) **Матеріалы для изложеній.** Часть II. Выпускъ IV. Ц. 30 к.

Ив. Сахаровъ. РАЗСКАЗЫ ИЗЪ РУССКОЙ ИСТОРІИ. Истор. хрестомат. учебн. Съ рис. Ц. 30 к. **Изд. Т-ва И. Д. Сытина.**

Ив. Сахаровъ. КРАТКАЯ МЕТОДИКА обученія первонач. чтенію, письму, рисованію и нач. ариѳметикѣ. Цѣна 25 к.

Ив. Сахаровъ. ОРѲОГРАФИЧЕСКІЙ СЛОВАРЬ. Около 15000 словъ. Цѣна 10 коп.

Во всѣхъ книжныхъ магазинахъ Т-ва И. Д. Сытина

ПРОДАЮТСЯ СЛѢДУЮЩІЯ НОВЫЯ ИЗДАНІЯ

книгъ Н. Н. Аменицкаго и Ив. П. Сахарова:

1) **НОВЫЙ СБОРНИКЪ АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ** въ связи съ краткими теоретическими опредѣленіями и правилами ариѳметики. *Часть I.* **Цѣлыя числа.—Дроби обыкновенныя и десятичныя.**—Составл. *„Кружкомъ московскихъ преподавателей“* подъ ред. *Н. Аменицкаго и Ив. Сахарова.* Цѣна **50** коп. **Изд. 3-е (исправл.).** Съ рисунками и чертежами.

Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. **допущенъ** къ классн. употребленію во **всѣхъ** средне-учебныхъ заведеніяхъ. (Мартъ 1911 г. „Журн. Мин. Нар. Пр.“).

Учебн. Комит. при Свят. Синодѣ **одобренъ** (см. № 6 за 1910 г. „Синод. Вѣдом.“) къ классному употребленію въ духовн. и второклассн. училищахъ и въ епархіальныхъ женск. учебн. заведеніяхъ.

Къ особенностямъ даннаго задачника относятся: 1) степень трудности громаднаго большинства изъ помѣщенныхъ задачъ разсчитана на учащихся со способностями не выше среднихъ; 2) въ концѣ каждаго изъ двухъ главныхъ отдѣловъ составители признали раціональнымъ помѣстить отдѣлы: **„Въ часы досуга“**, содержащіе въ себѣ задачи *забавнаго и остроумнаго характера,* требующія отъ учащихся сообразительности и находчивости.

2) **НОВЫЙ СБОРНИКЪ АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ** въ связи съ краткими теоретическими опредѣленіями и правилами ариѳметики. *Часть II.* **Пропорціи и общія правила: тройное, процентныя вычисленія, прав. пропорціон. дѣленія, учетъ векселей и прав. смѣшенія. Изданіе 2-е, дополненное и исправленное.** Сост. *Н. Н. Аменицкій.*—Цѣна **35** коп.

Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. **допущенъ** къ классн. употребленію во всѣхъ средне-учебныхъ заведеніяхъ.

Ник. Н. Аменицкій, Ив. П. Сахаровъ.

3) **ЗАБАВНАЯ АРИѲМЕТИКА.** Хрестом. для развитія сообразительности и самодѣятельности дѣтей въ семьѣ и въ школѣ.

1-й выпускъ, для дѣтей **младшаго возраста** (съ прилож. отдѣла „Свободнаго рисованія“). Цѣна **20** к. 5-е изданіе.

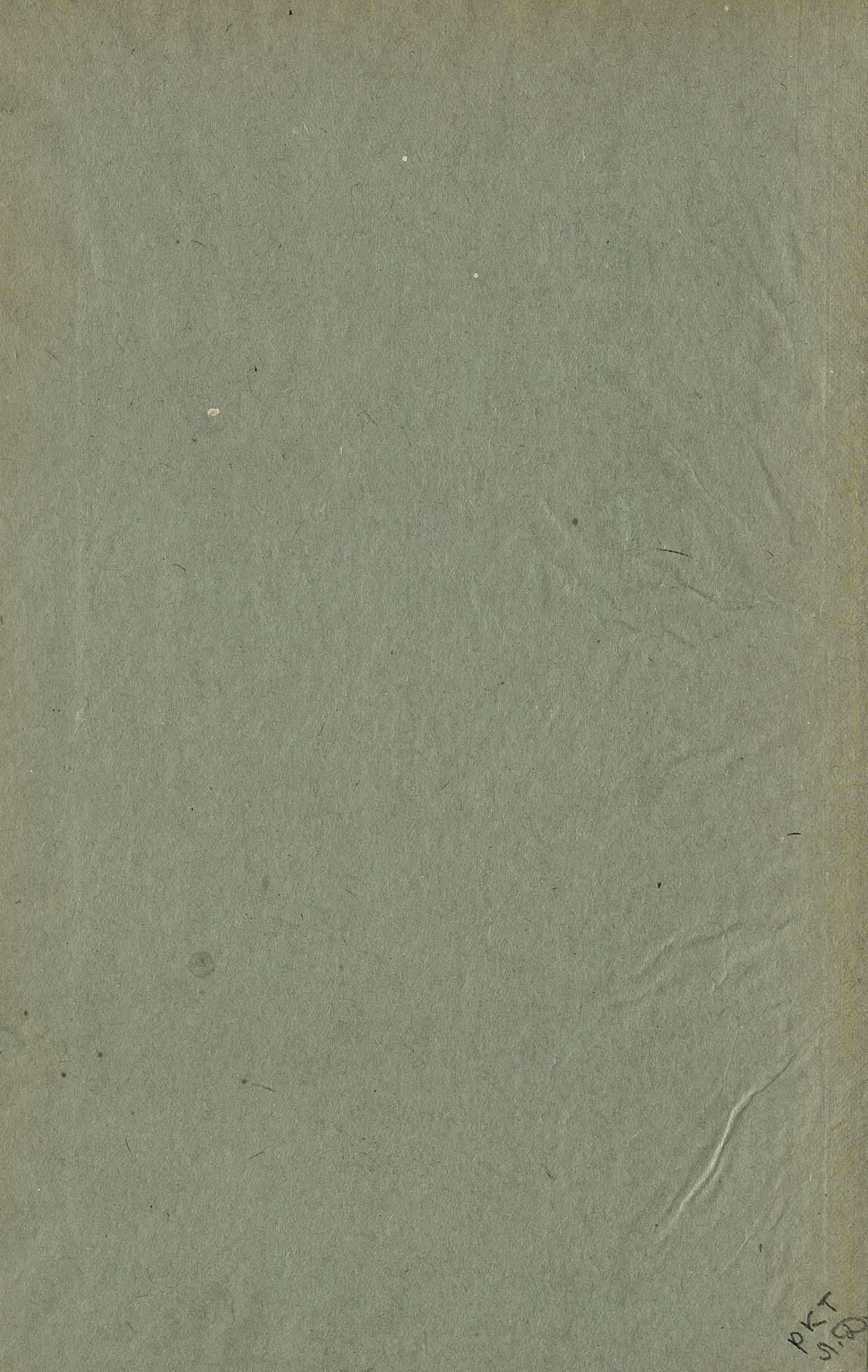
То же. 2-й выпускъ, для дѣтей **средняго возраста** (съ прилож. отдѣла „Свободнаго рисованія“). Цѣна **30** к. 4-е изд.

То же. 3-й выпускъ, для дѣтей **старшаго возраста** (съ прилож. отдѣла „Научныя забавы“). Цѣна **30** к. 4-е изд.

ОТЗЫВЫ о „ЗАБАВНОЙ АРИѲМЕТИКѢ“:

1) ... „Въ нашей математической внѣклассной литературѣ **„Забавная ариѳметика“** является весенней ласточкой. Это — одно изъ наиболѣе желательныхъ и заслуживающихъ всеобщей симпатіи пособій къ преподаванію ариѳметики“... *(Изъ отзывовъ преподавателей среднихъ школъ).*

2) ... „Названныя книги — отраднѣйшее явленіе въ нашей математической литературѣ. Живость изложенія и занятность — вотъ отличительныя качества **„Забавной ариѳметики“**. Это — прототипъ будущихъ новыхъ классныхъ задачниковъ“... *(Изъ отзывовъ народныхъ учителей).*




2022047277